The Library
of the
David Dunlap Observatory

Presented by

Dr. C. A. Chant.

Feb. 8, 1925.

Library
of the
University of Toronto

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Ottawa

http://www.archive.org/details/dterminationex00mich

A. Chant,
Jan 1897

From M. Benoît.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE

DE LA

VALEUR DU MÈTRE

EN LONGUEURS D'ONDES LUMINEUSES

PAR

M. Albert A. MICHELSON,

PROFESSEUR DE PHYSIQUE A L'UNIVERSITÉ DE CHICAGO.

Mémoire traduit de l'anglais

Par M. J.-René BENOÎT,

Directeur du Bureau international des Poids et Mesures.

1894.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE

DE LA

VALEUR DU MÈTRE

EN LONGUEURS D'ONDES LUMINEUSES.

I. — INTRODUCTION.

Dans une Note sur *la possibilité d'établir une longueur d'onde lumineuse comme étalon fondamental de longueur* [1], j'ai montré que l'on peut combler l'immense intervalle qui existe entre la longueur d'une onde lumineuse et la longueur d'un mètre, et passer de l'une à l'autre, en se servant d'un certain nombre d'étalons intermédiaires, dont chacun a une longueur double de celle du précédent. Le grand avantage de cette méthode consiste en ceci, que, des observations faites avec des lumières de différentes couleurs sur l'un de ces étalons fournissent des nombres relatifs de longueurs d'onde, déterminés avec une telle précision que leurs rapports peuvent être employés comme contrôle dans la fixation des nombres entiers de longueurs d'onde correspondant à la longueur de l'étalon suivant.

Il est évident qu'il y a intérêt à étendre ce contrôle aussi loin que possible. Les sources rayonnantes le plus ordinairement employées sont des flammes dans l'air sous la pression atmosphérique; l'expérience a montré que, dans ces conditions, les phénomènes d'interférence, sur l'observation desquels est basée toute mesure de longueur d'onde, disparaissent lorsque la différence de marche des rayons interférents dépasse deux ou trois centimètres. Mais si la substance rayonnante est placée dans un tube vide d'air et rendue lumineuse par la décharge électrique, les phénomènes d'interférence peuvent être poursuivis

---

[1] *On the feasibility of establishing a light-wave as the ultimate standard of length;* by Albert A. Michelson and Edw. W. Morley (*American Journal of Science,* Vol. XXXVIII, p. 181; septembre 1889).

jusqu'à des différences de marche dix ou douze fois plus grandes. Les limites que l'on peut atteindre, et, en général, la visibilité des franges obtenues, dans chaque cas, dépendent des caractères de la source.

J'ai reconnu rapidement que la radiation émise par la vapeur du sodium est beaucoup trop complexe, et les mesures auxquelles elle conduit trop incertaines, pour qu'on puisse la prendre comme point de départ. J'avais pensé d'abord que la radiation verte du mercure métallique, qui peut encore donner naissance à des phénomènes d'interférence avec des différences de marche de près d'un demi-mètre, devait remplir toutes les conditions nécessaires. Une étude plus approfondie de cette substance et d'un assez grand nombre d'autres m'a montré que presque toutes les radiations examinées étaient plus ou moins complexes. Parmi les rares exceptions, celle que fournit le cadmium peut être mise au premier rang; la pureté, l'éclat et la distribution favorable de ses radiations, joints à sa volatilisation facile, justifient le choix de cette substance comme la mieux appropriée, parmi toutes celles qui ont été étudiées jusqu'à présent, pour fournir un étalon de longueur.

Pendant le cours de ces recherches, M. le Dr Gould, Membre du Comité international des Poids et Mesures, me demanda si je serais disposé à accepter une proposition d'aller faire une série d'expériences, dans le sens que je viens d'indiquer, au Bureau international des Poids et Mesures. Au printemps de l'année 1892, je reçus du Président et du Secrétaire du Comité international une invitation formelle, à la suite de laquelle un congé de six mois me fut accordé, sur l'intervention du Dr Gould, par la *Clark University* de Worcester, Mass., où j'occupais alors la chaire de Physique. On pensait à ce moment que ce laps de temps, quoique insuffisant pour exécuter une détermination complète du rapport de la longueur d'onde au mètre, suffirait pour faire les études préliminaires, initier le personnel du Bureau aux divers détails que ces études, aussi bien que les précédentes, auraient montrés être essentiels, et spécialement pour établir les limites possibles de précision de la méthode, découvrir les principales sources de difficultés qui pouvaient se présenter, et indiquer les perfectionnements dans les procédés et les appareils qui seraient désirables pour une détermination définitive.

On rencontra presque immédiatement de très sérieuses difficultés pour trouver un constructeur disposé à se charger de la construction de l'appareil nécessaire, dans les conditions spécifiées de temps et de prix. Dans ces conjonctures, je m'adressai à mon Assistant, M. F. L. O. Wadsworth, qui s'engagea virtuellement à mener l'entreprise à bien. En conséquence, il se mit immédiatement à faire les dessins, visita un certain nombre de constructeurs, réussit à placer les commandes, et s'occupa personnellement, dans une large mesure, à

surveiller la construction. C'est principalement à son énergie infatigable et à sa fertilité de ressources que l'on doit l'heureux achèvement de cette partie de l'œuvre.

Peu de temps après que les instruments et leurs accessoires eurent été terminés, je cessai d'appartenir à l'Université de Worcester, et il me devint possible de prolonger mon absence jusqu'à la durée d'une année. Si cette circonstance avait été prévue, on aurait pu entreprendre une étude préliminaire complète, corriger un grand nombre d'imperfections, et introduire, avant le transport des appareils en France, plusieurs des modifications et perfectionnements, sinon tous, que l'on trouvera indiqués plus loin.

La partie la plus délicate dans l'exécution de l'appareil, celle pour laquelle la plus grande perfection était indispensable, était celle qui est échue à M. J. A. Brashear, d'Allegheny, c'est-à-dire la fabrication des parties optiques du réfractomètre et des miroirs des étalons intermédiaires. Pour permettre d'apprécier toute l'habileté déployée par ce constructeur, nous dirons que, après sept changements de direction de chacun des faisceaux de lumière interférents, on a constaté que l'erreur maxima manifestée par les franges d'interférence était égale à $\frac{1}{8}$ de frange. Il a donc fallu que les surfaces elles-mêmes fussent exactes jusqu'à $\frac{1}{20}$ de longueur d'onde.

La plus grande partie du comparateur a été construite, sous la surveillance de M. Wadsworth, par la *American Watch Tool Company*, de Waltham, Mass. La manière dont les parties mécaniques ont été exécutées a laissé peu à désirer.

L'appareil, une fois complet, fut monté et essayé à la Clark University, et son fonctionnement fut trouvé satisfaisant. Cependant on a dû rectifier encore un certain nombre de détails, jusqu'au moment où l'instrument a été définitivement installé dans la salle VI de l'observatoire du Bureau international des Poids et Mesures.

Cette installation a été faite en juillet 1892; depuis ce moment jusqu'à la fin d'octobre, la plus grande partie du temps a été occupée par les études préliminaires et l'ajustement des divers organes de l'appareil.

Les observations furent alors commencées simultanément par M. Benoît et par moi-même, et continuées jusqu'à la fin de janvier. A ce moment, une grave maladie vint interrompre le travail de M. Benoît, et je dus continuer seul.

Je ne puis assez exprimer ma sincère reconnaissance à M. Benoît pour sa coopération dévouée à ce travail, pour les avis et les services personnels qu'il a toujours été prêt à offrir. Ce n'est que reconnaître faiblement l'importance de sa part dans l'œuvre que de dire que le succès en est dû en grande partie aux dispositions prises par lui pour le maintien d'une température constante, et aux

nombreuses idées que son habileté et son expérience bien connues de métrologiste lui ont permis de suggérer.

J'ai aussi grand plaisir à reconnaître les services très précieux de M. Chappuis, qui s'est chargé de la tâche fastidieuse et ingrate de préparer les tubes à vide, et aussi ceux de M. Guillaume, qui a achevé les comparaisons du mètre auxiliaire avec le Prototype pendant la maladie de M. Benoît.

Ce n'est là qu'une faible partie des nombreuses tâches, difficiles et fatigantes, que ces Messieurs ont assumées, dans le but d'assurer au travail un heureux succès. Je ne puis qu'adresser mes sincères remerciements à tous et à chacun, pour l'aimable courtoisie et la généreuse hospitalité, qui ont fait de mon séjour parmi eux une époque de ma vie dont je garderai toujours le plus agréable souvenir.

Enfin, je suis heureux de dire combien j'apprécie l'honneur que m'a fait le Comité international des Poids et Mesures, en m'invitant à entreprendre ces expériences, et d'adresser en particulier mes remerciments à MM. Foerster, Hirsch et Gould pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ces recherches.

II. — THÉORIE.

Aperçu des opérations.

La mesure du Mètre en longueurs d'onde se compose de deux opérations distinctes : premièrement, la détermination du nombre de longueurs d'onde, émanées d'une source suffisamment homogène, contenu dans une longueur donnée d'air sous les conditions normales, cette longueur étant définie par la distance de deux surfaces planes et parallèles montées sur un support solide; secondement, la comparaison de cette distance avec celle des traits qui définissent la longueur du Mètre Prototype.

La première opération peut être elle-même subdivisée en deux parties, dont la première a pour objet la détermination du *nombre entier d'ondes* contenu dans une longueur donnée, et la seconde consiste à mesurer la *fraction d'onde* dont cette longueur excède le nombre précédent.

La seconde opération peut de même être subdivisée en deux parties, la première consistant dans la comparaison de la distance donnée avec une règle auxiliaire de même matière que celle qui constitue le support des surfaces planes, et ayant approximativement la longueur d'un mètre; la seconde est la détermination de cette règle en fonction du Mètre Prototype.

Les opérations que l'on vient d'indiquer sont théoriquement très simples; mais l'extrême petitesse de la longueur d'onde et le nombre immense d'ondes contenu dans un mètre obligent à recourir à un certain nombre d'artifices, qui compliquent sensiblement l'exécution matérielle du travail. En premier lieu, il est évidemment important d'employer une distance entre les deux plans aussi grande que possible, afin que les erreurs qui s'accumulent dans la comparaison avec le mètre soient réduites au minimum. Mais cette condition implique l'estimation d'un nombre très grand de longueurs d'onde ([1]).

([1]) Cette évaluation pourrait peut-être se faire en agissant sur la vis de manière à déplacer le *plan de référence* d'un nombre entier, suffisamment grand, de longueurs d'onde, à chaque mouvement d'un engrenage; ou bien encore par une méthode stroboscopique basée sur la périodicité de la décharge électrique qui illumine le tube de Geissler contenant la matière rayonnante, en s'arrangeant de façon que la période de la décharge fût un multiple exact de la période ondulatoire. Peut-être aussi pourrait-on faciliter la solution du problème par un enregistrement photographique. Toutefois, ces diverses

Évaluation du nombre entier de longueurs d'onde contenu dans la distance IX. — La méthode qui a été employée pour résoudre cette partie du problème a consisté à construire une série d'*étalons intermédiaires,* dont les longueurs, c'est-à-dire les distances entre les surfaces planes qui limitent chacun d'eux, sont très approximativement égales à 100, 50, 25, 12,5, 6,25, 3,125, 1,5625, 0,78125 et 0,390625 millimètres. Pour la commodité du langage, nous désignerons ces étalons, pris dans l'ordre inverse, par les symboles I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII et IX, en réservant le symbole X pour le mètre auxiliaire.

Ces étalons intermédiaires ont tous été comparés entre eux, de manière que la longueur de chacun d'eux fût connue, en fonction de la longueur du précédent, avec une approximation de quelques dixièmes d'onde.

Le nombre entier d'ondes contenu dans la longueur de l'étalon I a été déterminé par mesure directe, en les comptant, et la fraction excédante corrigée ensuite par une observation spéciale et indépendante. La valeur, en ondes et fractions d'onde, de l'étalon I, étant ainsi fixée avec une approximation de quelques centièmes d'onde, sert de point de départ, en la doublant et y ajoutant la correction qui a été trouvée par la comparaison de I avec II, pour établir le nombre d'ondes correspondant à la longueur de ce dernier étalon; la partie fractionnaire de ce nombre est de nouveau corrigée par observation directe. Le résultat pour l'étalon II ainsi corrigé sert à son tour de point de départ pour déterminer la longueur de l'étalon III. En continuant à procéder de la même manière pour la série entière, on arrive à connaître le nombre entier et la fraction excédante correspondant à la longueur de l'étalon IX.

Si l'on emploie simultanément plusieurs radiations, de longueurs d'onde différentes, on rencontre à chaque pas une vérification extrêmement importante. On peut même dire que la valeur de ce contrôle est telle que, s'il arrivait que les comparaisons pussent laisser le nombre entier d'ondes, dans un étalon donné, incertain même de plusieurs ondes, la correspondance des fractions observées pour les différentes radiations suffirait pour fixer ce nombre avec une absolue certitude.

Mesure de la fraction excédante. — La mesure de la *fraction d'onde* dont la longueur de la colonne d'air comprise entre les deux plans limitatifs d'un étalon donné surpasse un *nombre entier d'ondes,* se fait par l'observation directe de la différence de phase présentée par les franges d'interférence produites sur les surfaces *d'avant* et *d'arrière* de cet étalon. Cette estimation pourrait être faite, sans aucun appareil accessoire, avec un étalon de disposition appropriée, par la

---

méthodes présentent des difficultés formidables dans l'exécution, et il est même douteux que leur emploi permît de compenser par la moindre dépense de temps tout ce qu'on aurait à perdre dans la sûreté du résultat.

simple observation des franges produites entre les deux surfaces, dans une lumière monochromatique, ainsi que cela se pratique dans l'appareil Fizeau pour la mesure des dilatations. Toutefois diverses raisons ont conduit à adopter un autre procédé.

L'un des principaux avantages de ce nouveau procédé consiste en ceci, qu'il permet en même temps les comparaisons des étalons intermédiaires les uns avec les autres, aussi bien qu'avec la règle d'un mètre, sans les déranger; il satisfait ainsi à l'une des conditions les plus importantes de l'application de la méthode, savoir que les étalons conservent leur longueur sans altération entre les comparaisons et les mesures correspondantes de la fraction excédante.

Comparaison des étalons. — La comparaison de deux étalons entre eux, placés l'un à côté de l'autre, s'effectue en déplaçant le plus court, suivant son axe, d'une quantité égale à sa propre longueur, et en évaluant les écarts de coïncidence des surfaces de l'un et de l'autre par l'observation de franges d'interférence produites dans la lumière blanche.

La comparaison du dernier étalon, désigné par IX, avec le mètre auxiliaire, se fait de la manière suivante. Le mètre, désigné par X, porte à chacune de ses extrémités une *mouche* en nickel poli, sur laquelle a été tracé un trait analogue aux traits des prototypes. Ces traits sont placés aux foyers de deux microscopes à micromètre, grossissant environ 100 fois, et placés à un mètre l'un de l'autre.

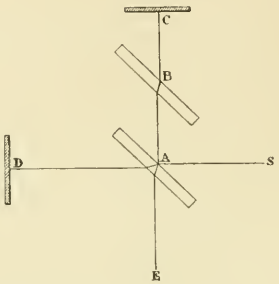
L'étalon IX est muni d'un index, qui porte également une mouche de nickel pourvue d'un trait semblable. On commence par faire coïncider à peu près ce trait avec le premier trait de la règle X, et leur distance est mesurée par le micromètre correspondant. L'étalon IX est alors déplacé, dans une direction normale à ses surfaces planes, dix fois consécutivement, d'une quantité égale à sa propre longueur. A chaque fois, les écarts de coïncidence des surfaces sont mesurés au moyen de franges d'interférence établies en lumière blanche. Dans sa dernière position, le trait de l'étalon IX se trouve à peu près en coïncidence avec le deuxième trait de la règle X, et la distance de ces traits est mesurée par le deuxième micromètre.

Comparaison du mètre auxiliaire X avec le Prototype. — La détermination du mètre X en fonction du Mètre Prototype ne diffère en rien des opérations métrologiques du même genre. Elle a été faite par MM. Benoît et Guillaume, au moyen du *comparateur à dilatation* du Bureau international, à une température moyenne voisine de celle à laquelle ont été faites les comparaisons entre IX et X. M. Guillaume a, en outre, déterminé le coefficient de dilatation et le module d'élasticité de la règle. Les détails de ces opérations sont donnés ci-après dans l'Annexe I.

Réfractomètre.

L'appareil d'interférence qui constitue la partie essentielle du *comparateur interférentiel* est constitué par deux miroirs plans et deux lames planes de verre à faces parallèles, disposées comme l'indique la *fig.* 1.

Fig. 1.



La lumière à étudier est émise par une source étendue S, et tombe, sous une incidence de 45° environ, sur une couche transparente d'argenture dont est couverte la première surface de la lame de verre A (1). Là elle se divise, une partie étant transmise jusqu'au miroir plan D, et l'autre réfléchie vers le miroir plan C. Ces miroirs renvoient la lumière à la lame A, où la première partie est réfléchie et la deuxième transmise, de sorte que les deux faisceaux coïncident en pénétrant dans l'œil ou dans la lunette d'observation placée en E.

Une seconde lame plane-parallèle B, de même épaisseur que la première, est nécessaire pour égaliser les chemins parcourus par les deux faisceaux. Comme on le verra plus loin, on utilise en outre cette deuxième lame comme *compensateur*, pour mesurer avec facilité et précision la phase des franges d'interférence.

---

(1) L'intensité de la lumière qui revient dans la direction AE par cet arrangement est maxima quand l'épaisseur de la couche d'argent est telle que les intensités des faisceaux transmis et réfléchi sont égales. L'argenture a un autre avantage important, qui est de diminuer l'intensité relative de la lumière réfléchie par la seconde surface de la lame A. A ce dernier point de vue, il est avantageux de donner à cette couche une épaisseur un peu supérieure à celle qui réaliserait l'égalité d'éclat entre les faisceaux transmis et réfléchi. Il n'en résulte aucune altération dans le rapport final des intensités des faisceaux interférents; car ce qui est perdu par la diminution de transparence à l'entrée dans la lame A se trouve regagné par l'accroissement du pouvoir réflecteur à la sortie; l'effet résultant est seulement de diminuer un peu l'intensité totale. Un autre avantage de l'adoption d'une couche d'argenture un peu plus épaisse est qu'il est beaucoup moins difficile de lui donner une épaisseur uniforme. On peut mentionner ici que, avec cette disposition d'appareil, les franges d'interférence dans la lumière blanche présentent une pureté de coloration qui n'est surpassée que par les couleurs de la lumière polarisée.

Avec un peu d'attention, on reconnaîtra que ce dispositif est, à tous égards, équivalent à une lame ou une couche d'air comprise entre deux surfaces planes. Les phénomènes d'interférence auxquels il donne lieu sont, par conséquent, identiques à ceux qui seraient produits par une lame d'air de cette espèce. Comme dans tous les cas où la source présente une surface étendue, la netteté des franges d'interférence et leur position apparente dépendent de l'inclinaison des deux surfaces limitatives l'une sur l'autre et de la distance qui les sépare.

Si le faisceau de lumière qui pénètre dans la lunette d'observation était indéfiniment étendu, il n'y aurait, à parler rigoureusement, que deux cas dans lesquels des franges d'interférence seraient visibles : d'abord, celui dans lequel les deux surfaces sont exactement parallèles, et, en second lieu, celui dans lequel leur distance est nulle. Pratiquement, l'inclinaison des surfaces, dans le premier cas, ne doit pas dépasser une petite fraction de la limite de résolution de la lunette; dans le second cas leur distance ne doit pas excéder quelques centaines d'ondes ([1]).

Théorie du réfractomètre. — La théorie de ces franges d'interférence est exposée ci-après, dans l'Annexe II. Il y est démontré que les projections des franges sont en général des sections coniques, et que la position de netteté maxima est donnée par la formule

$$P = \frac{t_0}{\operatorname{tang}\varphi} \operatorname{tang} i \cos^2 \theta,$$

dans laquelle t_0 est l'épaisseur de la lame d'air équivalente dans le point où elle est rencontrée par l'axe de la lunette; φ est l'angle d'inclinaison des deux surfaces limitatives de cette lame; θ et i sont les projections orthogonales de l'angle d'incidence sur les plans menés par la normale parallèlement et perpendiculairement à l'intersection des surfaces, et P la distance de ces surfaces au point de netteté maxima (*voir* ci-après p. 116, *fig.* 23).

Il résulte de cette formule que le *plan focal* varie très rapidement avec i; de telle sorte que, en général, il est impossible de voir toutes les parties des franges d'interférence, au foyer de la lunette, avec une égale netteté.

([1]) On trouvera l'étude théorique de ces relations dans l'Annexe II.

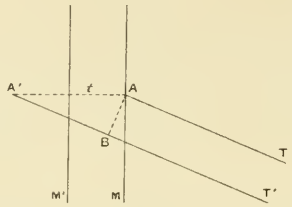
Il est certain que, principalement en raison de la très grande influence qu'une inclinaison, même extrêmement petite, des surfaces l'une par rapport à l'autre, exerce à la fois sur la netteté des franges et sur leur position apparente, la méthode ici exposée n'avait pas paru jusqu'à présent pouvoir être appliquée avec succès; on peut ajouter que, pour atteindre le degré relativement modéré de précision auquel on est parvenu dans ce travail, il était déjà indispensable d'apporter à ce détail la plus scrupuleuse attention.

Il va sans dire que la précision dans l'exécution même des surfaces devait être d'un ordre encore plus élevé que celle de l'ajustement de leur parallélisme.

Franges dans la lumière monochromatique; surfaces parallèles. — Si toutefois on a $\varphi = 0$, c'est-à-dire si les deux surfaces sont rigoureusement parallèles, alors $P = \infty$, et, si la lunette d'observation est réglée pour des rayons parallèles, toutes les parties des franges sont également distinctes. Dans ces conditions, les franges d'interférence sont des cercles concentriques, dont l'axe est la perpendiculaire aux surfaces passant par le centre optique de l'objectif, et dont les diamètres peuvent être déterminés de la manière suivante.

Soient M, M′ (*fig.* 2) les deux surfaces et A′ l'image du point A. A et A′ sont

Fig. 2.



les origines de deux rayons parallèles AT, A′T′, faisant un angle δ avec l'axe de la lunette (normal aux surfaces). La différence de phase est

$$\Delta = A'B = 2t\cos\delta.$$

Si nous posons

$$\Delta = 2t - n\lambda,$$

et si nous remplaçons $\cos\delta$ par sa valeur approchée $1 - \frac{\delta^2}{2}$, nous obtenons pour le demi-diamètre angulaire des anneaux l'expression

$$\delta_n = \sqrt{\frac{n\lambda}{t}},$$

dans laquelle λ est la longueur d'onde, n le numéro d'ordre de la frange d'interférence considérée, compté à partir du centre, et t l'épaisseur de la lame d'air.

Franges dans la lumière blanche; surfaces inclinées l'une sur l'autre. — Dans ce second cas, la distance entre les surfaces est très petite; les franges d'interférence peuvent alors être observées dans la lumière blanche, et, comme on le voit dans l'Annexe II, elles sont très exactement localisées dans le plan des surfaces des miroirs, où elles présentent l'apparence de bandes colorées parallèles à la ligne d'intersection des surfaces. Leur distance l'une de l'autre, si φ est l'inclinaison des surfaces, est

$$f = \tfrac{1}{2}\lambda\varphi.$$

Quand les chemins optiques parcourus par les deux faisceaux interférents sont les mêmes, les couleurs des franges se présentent suivant le même ordre que celles des anneaux de Newton, vus par réflexion, si la lame de verre A (*fig.* 1) n'a pas été argentée. Si, au contraire, l'argenture est suffisamment épaisse, les couleurs sont complémentaires des précédentes, et la frange centrale devient blanche [1].

On remarquera que cette manière de produire le contact optique de deux surfaces a le très grand avantage de permettre non seulement d'approcher indéfiniment de la distance nulle, mais encore de passer, en traversant le zéro, des distances positives aux distances négatives, sans danger de produire aucun dérangement dans les surfaces dont on doit comparer les positions.

Source.

Les principales conditions que doit remplir la source lumineuse sont l'homogénéité et l'invariabilité de la longueur d'onde.

Une conséquence directe de la théorie cinétique des gaz, qui a été amplement vérifiée par l'expérience, est que les radiations des vapeurs incandescentes qui produisent une raie, en apparence simple dans le spectre, ne sont pas simples en réalité, mais consistent en un nombre infini de séries d'ondes, comprises entre certaines limites étroites, et correspondant à une largeur finie de raie spectrale. Sous la pression atmosphérique, l'écart de ces limites peut être grossièrement évalué à un centième de la différence entre les raies jaunes du sodium, c'est-à-dire à environ un cent-millième de longueur d'onde. Il résulte de là que, avec une différence de marche entre deux faisceaux interférents égale à cent mille ondes, tout phénomène d'interférence doit disparaître. La limite de la précision des mesures qui pourraient être faites dans ces conditions serait de l'ordre du cent-millième. Mais si l'on place la substance dont on veut étudier les radiations dans un tube vide d'air, la densité de la vapeur rayonnante peut devenir assez petite pour que ses molécules puissent exécuter librement

---

[1] Les couleurs des franges, comme l'a remarqué d'abord M. Cornu, varient rapidement avec l'excès d'épaisseur de verre (ou de tout autre milieu dispersif) traversé par l'un des faisceaux. Ainsi, si la lame compensatrice B est très légèrement inclinée, les colorations ne sont plus disposées symétriquement; les couleurs tendent vers des teintes plus claires et plus pâles, rouges et vertes, ou orangées et bleues, et finalement les franges deviennent presque entièrement achromatiques lorsque l'inclinaison est assez grande. C'est surtout par suite de cette différence entre les deux chemins optiques que, dans certains cas, il est difficile de dire si la frange *centrale* est blanche ou noire. Mais, en ce qui concerne les mesures dont il s'agit ici, cela n'a aucune importance; il suffit qu'il y ait toujours une frange donnée que l'on puisse reconnaître sans ambiguïté.

leurs propres vibrations, et l'on parvient ainsi à faire disparaître la principale cause de la non-homogénéité de la lumière.

Cependant, après avoir examiné à ce point de vue environ vingt-cinq radiations de sources diverses, j'ai reconnu que presque toutes ces radiations sont doubles, triples, ou plus complexes encore. Afin de justifier le choix qui a été fait ici, parmi ces différentes radiations, de celles qui ont paru les plus propres à être employées dans l'établissement d'un étalon de longueur, il ne sera pas inutile de rappeler brièvement les résultats que j'ai obtenus en employant la méthode des *courbes de visibilité*.

L'étude de l'homogénéité d'une source lumineuse par l'examen direct de la raie spectrale qu'elle donne dépend du pouvoir de résolution du prisme ou du réseau que l'on emploie; ce pouvoir peut être grossièrement estimé comme susceptible d'atteindre aujourd'hui au maximum environ un cent-millième; c'est-à-dire qu'une raie double, telle que les longueurs d'onde de ses composantes diffèrent l'une de l'autre d'une quantité inférieure à cette fraction, ne peut plus être distinguée d'une ligne simple. Au contraire, l'observation des variations de netteté, que présentent les franges d'interférence produites par cette source quand la différence de marche va en croissant, peut fournir des indications sur la distribution de la lumière dans cette source bien au delà de la limite pour laquelle les procédés spectroscopiques font défaut.

Le principe fondamental de la méthode qui permet ainsi de déterminer la structure d'une raie ou d'un groupe de raies n'est pas essentiellement différent de celui de l'analyse spectrale par les prismes ou les réseaux; l'un et l'autre dépendent en effet de phénomènes d'interférence; mais, en raison de l'étendue, pratiquement indéfinie, dans laquelle on peut faire varier la différence de marche, en raison aussi de la disparition presque complète d'erreurs dues à des imperfections optiques ou mécaniques, la méthode de l'*analyse par les ondes lumineuses* offre des avantages remarquables.

On sait depuis longtemps que la lumière jaune émise par la vapeur de sodium est constituée par deux radiations approximativement simples; si l'on emploie cette source double pour produire des franges d'interférence, les deux systèmes de franges dus aux deux radiations se superposent, et donnent lieu à des maxima de netteté quand la différence de marche contient des nombres entiers d'ondes des deux espèces, et à des minima, lorsque, au contraire, ces nombres diffèrent d'un nombre impair de demi-longueurs d'onde. Si les deux radiations n'étaient pas d'intensités égales, la visibilité des franges serait une simple fonction cosinusoïdale de la différence de marche.

Réciproquement, si l'expérience fournit, pour représenter la visibilité des franges avec des différences de marche croissante, une courbe de ce genre, il

en résulte nécessairement que la source est double; en général, la loi de la courbe de visibilité étant donnée, on peut en déduire la distribution de la lumière dans la source.

On trouvera ci-après, dans l'Annexe III, une étude de la relation entre ces deux fonctions. Le résultat le plus important de cette étude, en ce qui concerne la question dont il s'agit ici, est que, parmi les vingt-cinq sources environ qui ont été examinées jusqu'à présent, la grande majorité est d'une homogénéité insuffisante pour être employée comme étalon de longueur; presque toutes, en effet, ont été trouvées doubles, triples, ou même beaucoup plus complexes.

Cependant on a trouvé dans la lumière rouge, très brillante, émise par la vapeur du cadmium ($\lambda = 0^{\mu},6438$) une radiation presque idéalement simple. Les franges d'interférence produites avec cette lumière diminuent graduellement de netteté suivant une loi exponentielle, et disparaissent quand la différence de marche approche de 25 centimètres, c'est-à-dire d'environ 400 000 ondes. A 10 centimètres, la visibilité est encore supérieure à la moitié de sa valeur maxima.

En outre de cette radiation, la vapeur du cadmium en donne encore trois autres dans le spectre visible; savoir une dans le vert, une dans le vert-bleu et une dans le bleu-violet. Les raies verte et bleue ont une constitution presque aussi simple que la raie rouge, et donnent des phénomènes très nettement visibles encore avec une différence de marche de 10 centimètres.

Ainsi une seule substance met à notre disposition trois radiations différentes, qui peuvent être examinées successivement, immédiatement l'une après l'autre, et la concordance des résultats qu'elles fournissent respectivement, à mesure qu'on passe d'un étalon plus petit à un étalon plus grand, constitue un contrôle extrêmement important de l'exactitude du travail.

III. — DESCRIPTION DE L'APPAREIL.

Pour appliquer les idées développées dans l'analyse qui précède, il fallait réaliser un matériel expérimental, comprenant : d'abord l'appareil producteur de la lumière; secondement, le dispositif optique pour isoler les radiations à observer, introduire le faisceau lumineux dans le comparateur, sous les conditions convenables, et l'observer à sa sortie; troisièmement, le comparateur et ses accessoires; quatrièmement, les étalons intermédiaires.

Étalons intermédiaires.

Les étalons intermédiaires sont au nombre de dix, tous construits du même métal. Le dernier, désigné par X, est une règle de 1 mètre. Les autres sont constitués par des prismes rectangulaires semblables entre eux sous tous les rapports, excepté en ceci que les distances qui séparent leurs surfaces sont respectivement égales à 10, 10×2^{-1}, 10×2^{-2}, 10×2^{-3}, 10×2^{-4}, 10×2^{-5}, 10×2^{-6}, 10×2^{-7} et 10×2^{-8} centimètres. Il suffira donc de décrire l'un d'entre eux

Les *fig.* 3, 4 et 5 représentent l'étalon intermédiaire IX [1].

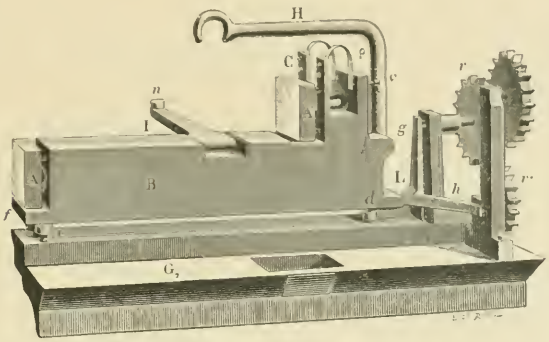
C'est un barreau rectangulaire B, de bronze, dont la section mesure 20^{mm} de largeur sur 25^{mm} de hauteur. Son extrémité antérieure est munie de trois petites chevilles saillantes *a*, *b*, *c*, en bronze dur, ayant environ 3^{mm} de longueur sur un diamètre de 3^{mm}, disposées, comme on le voit sur la *fig.* 4, l'une en haut et au milieu, les deux autres en bas et sur les côtés. Ces chevilles ont été arrondies et polies, et ajustées en longueur de telle façon que le plan tangent aux trois extrémités est très sensiblement perpendiculaire à la longueur du barreau. L'extrémité d'arrière de l'étalon porte deux prolongements latéraux C, C′, auxquels sont fixées deux courtes chevilles *b*′, *c*′, semblables aux précédentes ; une troisième cheville *a*′ est fixée au milieu sur une partie saillante et solide qui fait corps avec le barreau lui-même. Aux prolongements C, C′, sont attachés

[1] La *fig.* 3 représente l'étalon en perspective posé sur le chariot qui le supporte; la *fig.* 4 le représente vu de face, les deux glaces ayant été enlevées; la *fig.* 5 est une coupe suivant l'axe longitudinal. Ce même étalon est encore visible dans les *fig.* 10 et 11, pages 22 et 23, et dans la *Planche II*, à la fin du Mémoire.

deux ressorts courbes ρ, ρ' en acier, dont les autres extrémités sont en contact avec la pointe des vis de réglage v.

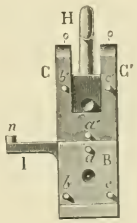
Sur la face inférieure de l'étalon, on a disposé un petit trou (à l'avant), une

Fig. 3.



rainure longitudinale et un plan (à l'arrière), qui permettent de le placer, dans une position bien définie, sur trois pointes portées par son chariot. La pièce

Fig. 4.



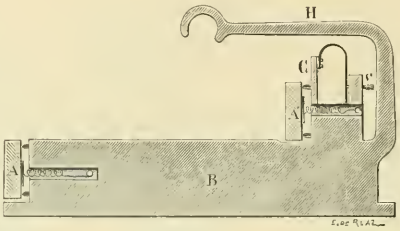
entière se manie aisément au moyen de la poignée H, sans risque de déranger les miroirs, ni d'échauffer le barreau.

L'étalon IX diffère des autres étalons, de I à VIII, en ce qu'il est muni d'un index I, auquel est fixé un bouton de nickel n; sur la surface supérieure, plane et polie, de ce bouton, on a tracé un trait, qui doit servir à la comparaison de cet étalon avec le mètre auxiliaire X.

Contre les pointes des trois chevilles, aux deux extrémités, avant et arrière, de l'étalon, appuient deux glaces semblables A, A', à faces parallèles et parfaitement planes, et argentées sur leur face antérieure. Chacune de ces glaces est main-

tenue par un ressort à boudin accroché par une extrémité à un petit disque de laiton, qui a été mastiqué à l'aide d'un peu d'arcanson au dos de la glace. A l'autre bout, ce ressort est attaché à un fil qui s'enroule sur une tige cylindrique ajustée à frottement, et qui permet de régler sa tension à volonté. (Ce

Fig. 5.



dispositif, pour le dire en passant, ne produit aucune distorsion appréciable dans les franges d'interférence.) Ce mode de fixation des glaces permet de les enlever et replacer facilement, opération qui doit nécessairement être refaite assez fréquemment pendant les ajustements préliminaires; en outre, il ne masque aucune partie des surfaces antérieures, et permet de voir toute leur étendue.

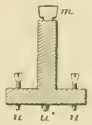
On remarquera que, une fois qu'on a ajusté la distance de la pointe de la cheville supérieure d'avant à la pointe de la cheville inférieure d'arrière (au moyen de la lime et du polissoir), la distance entre les deux surfaces réfléchissantes ne change plus que de quantités extrêmement petites lorsqu'on procède ensuite à l'ajustement du parallélisme, lequel s'effectue au moyen des deux autres paires de chevilles. Ce dernier réglage se fait aussi d'abord en limant et rodant les chevilles, et s'achève en agissant sur les vis v. Celles-ci courbent les minces ressorts d'acier ρ; la faible pression qui en résulte, se transmettant aux tiges saillantes C, C′, les courbe très légèrement, et produit par suite un mouvement angulaire extrêmement petit de la surface d'arrière [1].

Mètre auxiliaire. — Le mètre auxiliaire, qui est désigné par le numéro X de

[1] Ce procédé, pour diminuer dans un énorme rapport l'étendue d'un mouvement donné, me semble nouveau, et, s'il ne l'est pas, il ne paraît pas, en tout cas, avoir attiré l'attention autant qu'il le mérite. On verra plus loin que le même principe a été appliqué pour la mesure de la phase des franges d'interférence; dans ce cas, aussi bien que dans le précédent, on a employé un très faible ressort d'acier pour produire la flexion (ou la torsion) d'une forte tige de bronze. Il eût mieux valu

la série des étalons intermédiaires, est constitué par une barre en même métal que les autres, mais ayant la section représentée *fig.* 6.

Fig. 6.



Échelle $\frac{1}{1}$.

Cette barre est supportée par trois vis u, u, u' (*fig.* 6, 7, 8), deux vers l'une des extrémités et la troisième vers l'autre, au moyen desquelles on peut régler sa position, de manière à amener les surfaces des *mouches m* tracées au niveau de la mouche semblable portée par l'étalon IX [1].

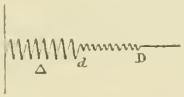
Les boutons de nickel présentent la disposition représentée dans les *fig.* 6, 7 et 8. Les bords ont été taillés légèrement en biseau, de manière à laisser en

---

cependant que tige et ressort eussent été faits de même matière; l'influence des variations de température eût alors été annulée.

Si D (*fig. a*) représente le déplacement de la première extrémité du ressort faible, et d celui de l'autre extrémité, le petit déplacement d'une partie quelconque du ressort fort peut être représenté par

Fig. *a*.



$\Delta = Cd$, où C est indépendant de la température. Mais le déplacement d, considéré comme appartenant à un point du fort ressort, sera proportionnel à la pression p en ce point, d'où $d = k'p$, expression dans laquelle $k' = kf(t)$.

De même $D = k''p$, où $k'' = k_1 f_1(t)$. Par suite

$$\Delta = CD \frac{k}{k_1} \frac{f(t)}{f_1(t)}.$$

Si les deux ressorts sont faits du même métal, $f = f_1$ et $\frac{\Delta}{D}$ est constant.

[1] On s'était proposé de placer les vis de support de manière à éliminer l'erreur due à la flexion: mais, par suite d'une inadvertance dans la construction, elles ont été placées à une distance qui est de $\frac{1}{4}$ mm trop courte. Tant que la règle reste supportée sur ces mêmes points, dans l'air, la distance des traits limitatifs reste constante; mais, si on la met dans de l'eau, ainsi que cela a été fait dans les comparaisons avec le Prototype, cette circonstance nécessite une légère correction (*voir* l'Annexe I).

La forme de la règle et les dispositions pour son ajustement laissent beaucoup à désirer. Il n'y aurait pas de grandes difficultés à placer la surface des mouches dans l'axe neutre, et à supporter la règle à l'aide d'un banc qui pourrait être rectifié au moyen d'organes de réglage accessibles de l'extérieur de l'appareil.

saillie la surface supérieure ; le contour est circulaire, excepté dans une petite étendue, correspondante aux traits, sur chacune des deux faces de la règle, où

Fig. 7.

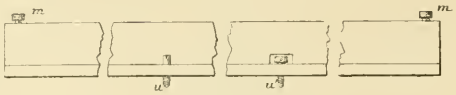


Fig. 8.

Échelle $\frac{1}{3}$.

on l'a dressé, afin de permettre de placer les extrémités des traits, dont on devra comparer les positions (l'un sur l'étalon IX, l'autre sur la règle X), aussi près l'un de l'autre que possible.

Les traits ont été tracés au diamant, au moyen d'une machine à diviser appartenant au Bureau international. Ils sont très nets, et présentent très sensiblement la même largeur (environ 6^{μ}) et le même aspect sous les microscopes que les traits des mètres prototypes. Chaque mouche présente deux traits semblables, l'un sur le bord droit, l'autre sur le bord gauche; il y a ainsi sur la règle deux longueurs très peu différentes, que l'on peut employer indifféremment. La longueur définie par les traits qui correspondent à la face de la règle marquée A, qui est celle dont on s'est servi constamment, est égale à $1^{m} + 175^{\mu},27$ à la température de 15° (*voir* Annexe I).

Comparateur.

Conditions générales. — On comprendra plus aisément la construction du comparateur, si l'on commence par donner un aperçu général des conditions auxquelles il devait satisfaire. Ces conditions étaient les suivantes :

1° Déplacement des étalons intermédiaires et du plan de référence, dans une direction perpendiculaire à leurs surfaces, sans rotations et sans secousses;

2° Arrêt des surfaces dans une position quelconque donnée, à quelques microns près, et possibilité de mesurer l'écart restant;

3° Possibilité de corriger les petits déplacements angulaires inévitables des surfaces, dans une position quelconque de celles-ci;

4° Rupture complète, à volonté, de tout contact entre les organes d'ajustement et les chariots, dans toute position de ces derniers, de manière à les laisser en place, immobiles, sous la seule action de leur propre poids;

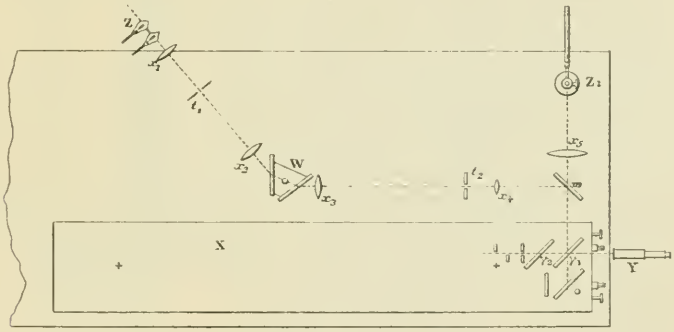
5° Possibilité d'installer, pour les comparaisons des longueurs de deux étalons, le plus long d'entre eux sur un support fixe, à une très petite distance de l'autre, qui doit, au contraire, être déplacé par le mouvement du chariot qui le porte;

6 Dispositifs propres à éclairer et à observer les traits des mouches de nickel des étalons IX et X, et à mesurer la petite distance qui les sépare lors de leur comparaison;

7° Protection contre les changements de température, aussi bien que contre la transmission des vibrations ou mouvements extérieurs; ce point de vue conduit en particulier à rendre toutes les parties de l'appareil aussi massives et compactes qu'il est possible de le faire sans gêner la manœuvre des pièces essentielles et sans porter obstacle, par l'interposition d'organes mécaniques, à la libre transmission des faisceaux lumineux.

La *fig.* 9 reproduit la disposition générale de l'appareil, tel qu'il a été monté sur un pilier, dans la salle VI de l'observatoire de Breteuil. Les *Pl. I* et *II*, à la fin du Mémoire, le représentent en vue perspective, la première entouré de son

Fig. 9.

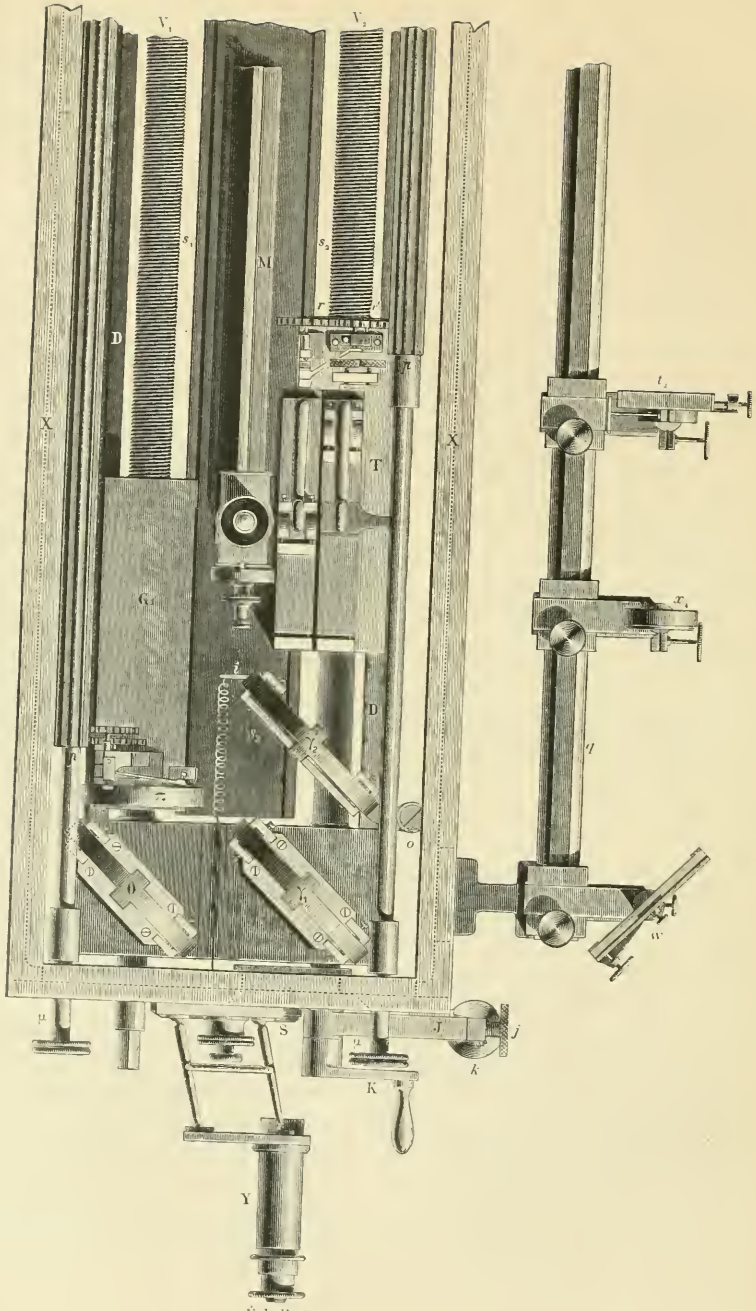


Échelle $\frac{1}{5}$.

enveloppe de fonte, la seconde celle-ci étant supposée enlevée. La *fig.* 10 est un plan, à plus grande échelle, de la partie antérieure, c'est-à-dire la plus voisine de l'observateur; enfin la *fig.* 11 représente une coupe transversale faite en arrière des glaces du réfractomètre. Dans toutes ces figures, les mêmes parties sont indiquées par les mêmes lettres.

Coulisses. — Le dispositif adopté pour réaliser le déplacement longitudinal

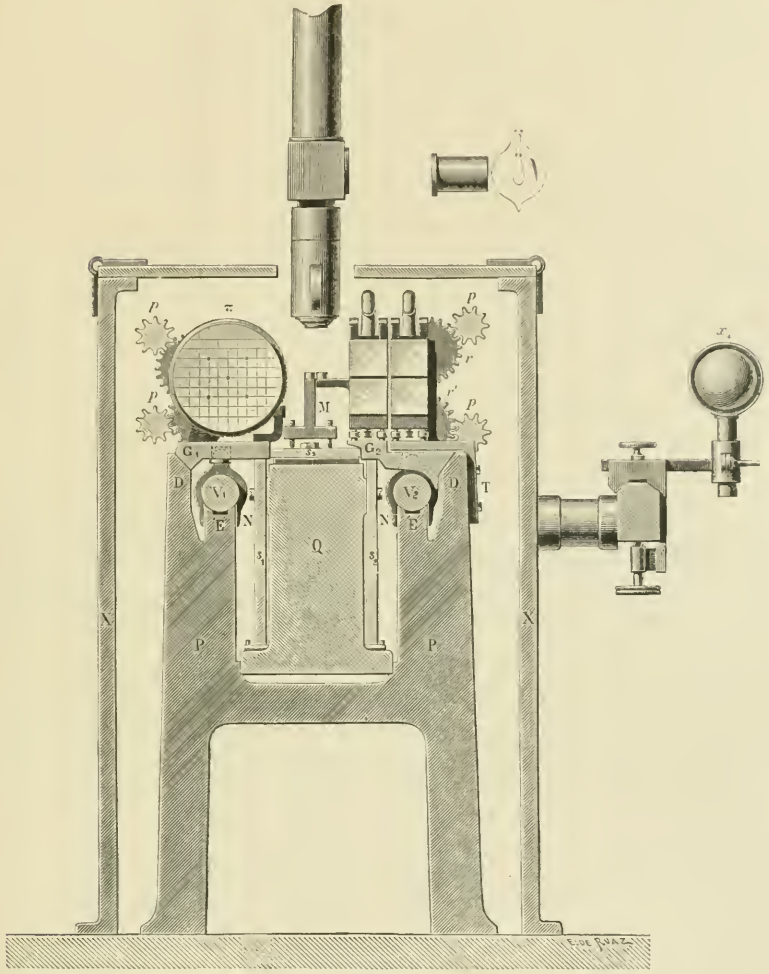
Fig. 10.



Échelle $\frac{1}{5}$.

des deux chariots, sans rotation, est particulièrement visible dans la *fig.* 11 ([1]).

Fig. 11.



Échelle $\frac{1}{3}$.

([1]) Dans l'une des formes primitives du comparateur, qui a été employée dans les expériences préliminaires faites en collaboration avec le Professeur Morley, on avait adopté un socle unique pour les deux chariots. Cette disposition présente l'inconvénient d'exiger de très grandes précautions pour éviter tout contact accidentel entre ces deux chariots.

En P, P on voit la coupe du fort et lourd massif de fonte qui constitue le support général ou le socle de tout l'instrument. Q est une forte barre, également en fonte, solidement fixée au socle par une série de boulons régulièrement espacés dans toute sa longueur. Cette barre porte trois lames d'acier s_1, s_2, s_3; les bords supérieurs, rectilignes, de s_1 et s_2 supportent les chariots G_1, G_2, tandis que les bords de s_3, à gauche et à droite, les guident latéralement.

Les bords supérieurs des parties latérales et saillantes D, D du socle ont été rabotées suivant un angle de 45°; les bords extérieurs des chariots appuient sur ces surfaces inclinées, qui ont ainsi pour effet d'égaliser la pression exercée sur s_3 d'une part, et d'autre part l'action du poids sur s_1 et s_2.

Le mouvement longitudinal est imprimé aux chariots par les vis V_1, V_2, à l'aide des écrous N, N; ceux-ci présentent à leur partie supérieure un prolongement qui pénètre et joue librement dans une fente pratiquée dans le chariot (on a ménagé intentionnellement, dans cet ajustement, un *temps perdu* sensible, dont l'étendue peut être d'ailleurs réglée au moyen de deux vis, et qui permet de rendre à volonté, par un petit mouvement rétrograde de l'écrou, le chariot entièrement libre et indépendant, après qu'on l'a amené dans une position quelconque sur sa coulisse).

Les vis V_1, V_2, qui ont $1^m,40$ de longueur et 2^{cm} de diamètre, sont appuyées dans toute leur longueur sur les côtes saillantes E, E, dont les bords supérieurs ont été tournés et rodés, de manière à les supporter, à frottement très doux, et sans gêner leur rotation. Cette disposition a pour but d'empêcher toute flexion. Les surfaces latérales de ces côtes ont été rabotées pour servir de guide aux *queues* qui prolongent inférieurement l'écrou et qui l'empêchent de tourner en même temps que la vis.

Chariots. — La *fig.* 3 (p. 17) représente le chariot G_2 qui porte l'étalon mobile. Sa surface inférieure est évidée, de manière à laisser dépasser trois points de support, ou plutôt trois petites surfaces, dont deux sont sur le bord intérieur, à ses extrémités, et appuient contre la coulisse formée par les lames s_2 et s_3; tandis que la troisième, au milieu de l'autre bord, et taillée à 45°, porte sur la surface inclinée du socle. La moitié de la surface supérieure de ce chariot a été abaissée suffisamment pour lui permettre de passer librement au-dessous de la tablette de laiton T (*Pl. II, fig.* 10 et 11), qui constitue le support de l'étalon fixe, de manière que les deux étalons puissent être, comme on le voit sur les figures, placés l'un à côté de l'autre, très rapprochés et sur le même niveau, position requise pour les comparaisons à faire entre eux.

Le mode de support des étalons est le même sur le chariot et sur la tablette fixe. Il consiste en trois vis (*fig.* 3), *d*, *e*, *f*; l'une, *e*, est terminée par une tête arrondie sur laquelle appuie la partie correspondante de la surface infé-

rieure plane de l'étalon; la seconde, *f*, se termine par une pointe conique qui pénètre dans une rainure, pratiquée sur cette surface inférieure et parallèle à la longueur de l'étalon; ces deux vis sont près de l'extrémité antérieure; la troisième, *d*, près de l'autre extrémité, est également terminée en pointe et entre dans un petit trou circulaire creusé sensiblement dans l'axe de la base de l'étalon.

Rectification des positions des surfaces. — Les vis de support peuvent, en les enfonçant plus ou moins profondément, fournir un premier moyen de régler les surfaces des miroirs, de manière à les rendre approximativement normales à la direction des coulisses rectilignes. Pour achever l'ajustement, la troisième vis *d*, dont il vient d'être question, est fixée sur une sorte de petit levier L, à trois bras dirigés suivant trois axes perpendiculaires. Celui-ci est soutenu, près de la réunion de ces trois bras, par un court ressort d'acier trempé. En faisant tourner une vis dont la pointe appuie contre le bras *g*, on fléchit le ressort, et l'on imprime à la pointe *d* un mouvement vertical. Une seconde vis, qui agit sur le bras *h*, tord le ressort et donne à la pointe *d* un mouvement horizontal. Le mouvement est transmis à ces deux vis au moyen des roues dentées *r*, *r'*, qui sont actionnées elles-mêmes par des pignons dentés *p* s'étendant parallèlement aux coulisses dans toute la longueur de l'appareil (¹). Par ces dispositions, on peut faire pivoter les surfaces d'un étalon, soit autour d'un axe vertical, soit autour d'un axe horizontal, et les amener à volonté dans toute position requise. La réduction du mouvement, par la combinaison des roues dentées, des vis et des leviers, est à peu près dans le rapport de 1500 à 1 (²).

La tablette fixe, qui est visible en T sur la *Pl. II* et sur les *fig.* 10 et 11 est constituée par une simple plaque de laiton solidement vissée sur la face latérale du socle. Les supports et les ajustements pour les étalons sont à tous égards semblables à ceux du chariot, sauf que la transmission par engrenages est ici supprimée; les vis sont réglées directement à la main. Cette opération, qui

(¹) Dans la construction de ces engrenages, on a supprimé une dent sur deux; l'écartement des dents restantes permet à l'observateur de libérer complètement le chariot et les pièces qu'il porte de tout contact avec les pignons de transmission, en faisant faire à ces derniers, une fois les réglages terminés, un petit mouvement rétrograde.

(²) Cette réduction n'était que juste suffisante pour les réglages extrêmement délicats qui sont indispensables, et il y aurait avantage à diminuer encore le rapport quatre fois environ. L'expérience a montré de plus que les deux ajustements, autour de deux axes perpendiculaires, n'étaient pas parfaitement indépendants l'un de l'autre, ce qui obligeait à quelques tâtonnements pour obtenir un réglage complètement satisfaisant. Cela n'est point surprenant si l'on songe qu'une erreur de $0^{\mu},1$ est parfaitement appréciable.

La *fig. b* ci-après indique schématiquement le principe d'une autre disposition qui pourrait être appliquée au réglage de la pointe *d*, basée sur le même principe que celle qui a été déjà indiquée

n'exige pas une très grande précision, est faite, une fois pour toutes, avant de fermer l'appareil; on n'a pas trouvé qu'il fût nécessaire d'y revenir.

Le mètre auxiliaire, représenté en M, est porté sur la face supérieure de la bande d'acier s_3 qui forme les coulisses horizontales; il est réglé, une fois en place, au moyen des trois vis dont il est muni, ainsi qu'il a été dit plus haut.

Le chariot G, qui porte le plan de référence, et qu'on voit à gauche sur les *fig.* 10 et 11, ne diffère de l'autre que par quelques détails de forme, ayant pour objet de lui permettre de porter à volonté, soit le plan de référence, soit l'un des étalons intermédiaires.

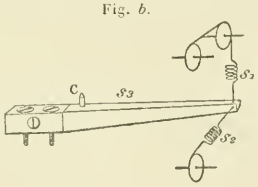
Réglage de la distance. — Les vis V_1, V_2, au moyen desquelles on produit le mouvement longitudinal des chariots, ont été disposées de façon à tourner dans leurs collets, à frottement très doux, aussi librement que possible, de manière à n'exercer, pendant le déplacement d'un des chariots, aucune action appréciable sur l'autre, par flexion du socle ou par secousses. On est parvenu à satisfaire à cette condition d'une manière suffisante, bien qu'il fût possible, peut-être, d'introduire encore, à ce point de vue, quelque amélioration. Le pas de la vis est un pas de 2^{mm}, à double filet. Il en résulte que le déplacement des chariots, depuis la première extrémité du mètre jusqu'à la seconde, oblige à faire 500 révolutions de chacune des vis, ce qui exige un temps assez long. Aussi, comme la question de l'exactitude avec laquelle le chariot peut être arrêté dans une position donnée est d'importance secondaire (bien qu'on ne puisse cependant la négliger complètement), il y aurait eu peut-être avantage, pour gagner du temps, à donner aux vis un pas de 5^{mm} [1].

---

page 18. La tension des ressorts s_1 ou s_2 tord la tige s_3 verticalement ou horizontalement. On peut, par ce procédé, atteindre tel degré de délicatesse qu'on désire.

Toutefois, l'augmentation de sensibilité implique nécessairement une diminution dans l'étendue des

Fig. *b*.



mouvements possibles; il faut alors que le réglage préliminaire approximatif, et, en particulier, la désignation des places que doivent occuper le trou et la rainure sous la base de l'étalon, aient été faits avec le plus grand soin.

[1] Le degré d'exactitude exigé est, en effet, de l'ordre de un ou deux centièmes de millimètre, ou, plus exactement, il faut dire que deux mises en place successives des chariots ne doivent pas différer de quantités supérieures à cette limite, sans quoi il faudrait perdre, à chaque fois, trop de temps

En tout cas, il est toujours indispensable d'avoir à sa disposition un mouvement lent, permettant d'amener les surfaces assez exactement dans les positions voulues pour que les franges d'interférence en lumière blanche soient réglées à une ou deux ondes près.

La disposition adoptée dans ce but est visible sur la *Pl. I* et la *fig.* 10. Le levier J se termine par un collier dans lequel tourne librement le collet, faisant saillie à l'extérieur, de la vis V_1 ou V_2, lorsque celle-ci est mise en mouvement par la manivelle K, pour le déplacement du chariot et le réglage approximatif. Si l'on serre la vis de pression *j*, le levier se cale sur la vis V, et la vis *k*, produisant un mouvement très lent, permet d'achever le réglage. Cette disposition n'a qu'un inconvénient, peu important d'ailleurs, qui est le peu d'étendue du mouvement permis; on pourrait peut-être y remédier en remplaçant le levier par un engrenage.

Un compteur R (*Pl. II*), formé d'une série de disques divisés dont le premier est calé sur l'axe de la vis V, mesure les tours et fractions de tour ([1]).

Compensateur. — Grâce aux dispositions ci-dessus indiquées, il est aisé de mettre les surfaces en place, en un point voulu, jusqu'à une fraction de longueur d'onde près. Cette fraction pourrait être mesurée, simplement à l'estime, au $\frac{1}{10}$ de longueur d'onde; mais il est utile d'aller plus loin et d'atteindre quelques centièmes d'onde.

Dans ce but, on fait tourner la lame compensatrice γ_2 (*fig.* 12) du très petit angle qui est nécessaire pour amener la frange noire exactement en coïncidence avec le trait de repère choisi. La lame est placée dans une monture, prolongée latéralement par un bras, solidement fixé à une tige cylindrique *o* de bronze, de 1^{cm} de diamètre environ, verticale, et vissée sur la partie latérale du socle. Un petit ressort d'acier *l* s'attache à un doigt *i* que la monture porte de l'autre côté; il est accroché, à son autre extrémité, à un fil flexible, qui, après s'être réfléchi sur une poulie, vient s'enrouler sur un tambour F. Ce dernier fait corps avec la tête divisée S qui mesure sa rotation. En tournant, le ressort *l* se tend, et tord la tige *o*, en produisant un très petit mouvement angulaire de la

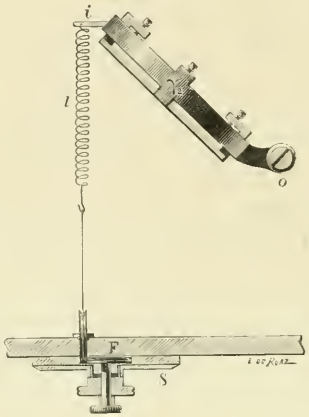
---

pour trouver les franges. Mais, comme, dans les expériences qui font l'objet de ce travail, l'erreur était de l'ordre de $0^{mm},005$ environ, on pourrait très probablement rester encore dans les limites exigées avec une vis d'un pas plus grand. Cependant il faut ajouter que, avec les vis actuelles, on peut toujours trouver les franges en agissant directement *à la main* sur les manivelles; avec un pas plus grand, le mouvement des chariots serait trop rapide, et cela ne serait guère possible.

([1]) Ce compteur n'a pas toujours fonctionné d'une manière satisfaisante : il *accrochait* quelquefois, si l'on faisait tourner la vis un peu trop vite. L'ébranlement communiqué alors à tout l'appareil pouvait réduire à néant le travail de plusieurs heures. Il serait en tout cas désirable que le compteur fût placé à l'extérieur de la boîte, ce qui rendrait les lectures plus faciles et plus rapides, et ce qui permettrait de le retoucher à volonté sans rien déranger au reste de l'appareil.

lame de verre. Ainsi qu'on l'a dit plus haut, il eût été préférable que les organes *o* et *l* eussent été faits de la même matière. Toutefois, comme on a fait très fréquemment *la tare* de ce compensateur, qui a d'ailleurs varié très peu dans les limites de température où l'on a fait les expériences, il n'est pas à craindre que

Fig. 12.



la variation inégale des deux élasticités ait pu introduire aucune erreur dans les résultats.

Le mouvement angulaire se trouve réduit, par ce dispositif, dans le rapport d'environ 100000 à 1; les indications n'en sont pas moins absolument dignes de confiance; car les écarts par rapport à la proportionnalité exacte sont considérablement au-dessous des limites des erreurs d'observation.

Si l'on néglige les effets de la dispersion de la lame de verre, *la tare* du ressort faite pour l'une des radiations employées sera suffisante pour déterminer celle relative aux autres radiations : la constante du compensateur sera en effet simplement proportionnelle à la longueur d'onde. Or, on verra, dans l'Annexe II, que l'erreur que l'on introduit ainsi est inférieure à 2 pour 100; et comme la fraction que l'on a à mesurer est inférieure à une demi-frange, l'erreur commise sur la mesure reste au-dessous de $\frac{1}{100}$ de frange, quantité notablement plus petite que l'erreur moyenne d'observation. Néanmoins, dans la pratique, on s'est astreint fréquemment à faire simultanément la tare du compensateur avec les trois radiations employées.

Microscopes à micromètre. — Près des extrémités de la barre centrale, et soli-

dement fixés sur elle par des vis, sont deux supports, U, U, portant des douilles verticales dans lesquelles se placent les deux microscopes (¹). Le réglage horizontal s'obtient au moyen d'une glissière, qui fait corps avec la douille, et qui peut être déplacée longitudinalement entre deux guides; les trous des vis qui fixent ces derniers ont été élargis, de façon à permettre un réglage latéral suffisant. Le réglage, dans le sens vertical, s'obtient en faisant glisser le microscope dans sa douille, qui est fendue, et en le fixant au point voulu au moyen de vis qui serrent celle-ci (²).

Les microscopes avaient été disposés de façon à pouvoir être placés à volonté soit horizontalement, soit verticalement; on a trouvé que cette dernière position était la plus commode. L'éclairement des traits était obtenu au moyen d'une lame de verre inclinée à 45°, placée dans le corps même du microscope. La lumière était fournie par un dispositif semblable à celui des comparateurs du Bureau international. Une petite lampe électrique, à incandescence, placée au foyer d'une lentille, illuminait une petite plaque de verre dépoli, destinée à diffuser la lumière. La lampe et la lentille pouvaient être à volonté déplacées dans tous les sens, de façon à obtenir facilement un éclairement uniforme. On a reconnu qu'il n'était pas nécessaire d'argenter la lame de verre inclinée pour avoir un éclairement plus que suffisant.

Les oculaires à micromètre étaient du modèle ordinaire construit par la Société genevoise; il n'est pas nécessaire de les décrire ici plus longuement (*voir* Annexe I). La lecture du tambour donnait le dixième de micron.

L'objectif avait 25^{mm} de distance focale, avec une ouverture de 9^{mm} et, avec l'oculaire employé, donnait un grossissement total d'environ 100 diamètres. Les images des traits étaient très analogues, de grandeur et d'aspect, à celles que donnent les microscopes du comparateur universel du Bureau.

Enveloppes. — Pour égaliser la température du comparateur et de ses diverses dépendances, et en même temps pour le protéger contre tout dérangement accidentel, l'appareil a été enfermé dans une boîte de fonte X, X, dont les parois avaient environ 9^{mm} d'épaisseur; les diverses parties de cette boîte étaient réunies ensemble par des vis, de manière à permettre de la démonter et de l'enlever facilement en cas de besoin.

Le couvercle était divisé en trois parties, pouvant s'ouvrir séparément à volonté,

---

(¹) Celui de ces deux supports qui devrait être représenté sur la *fig.* 11 a été supprimé, afin de permettre de voir, en arrière de lui, le mètre auxiliaire et l'étalon IX dans leur position relative pendant les comparaisons de l'un avec l'autre.

(²) Je dois dire que tous ces dispositifs étaient de l'espèce la plus primitive; si l'on avait eu plus de temps et de ressources, il est certain qu'on aurait pu les améliorer notablement.

en tournant sur des charnières, de façon à rendre les manipulations plus commodes.

Les parois de cette boîte servaient en même temps de support pour le dispositif optique et diverses autres parties accessoires.

A l'extérieur de cette boîte, on en a disposé une seconde, faite en bois doublé intérieurement d'une couche de feutre. Celle-ci a été à son tour revêtue d'une enveloppe de drap très épais. L'appareil était ainsi bien protégé contre les variations brusques de température; les variations lentes inévitables étaient soigneusement mesurées à l'aide de quatre thermomètres, placés longitudinalement sur le mètre auxiliaire, deux d'un côté, deux de l'autre, avec les réservoirs alternativement placés vers les extrémités ou vers la partie médiane de l'appareil, comme il est indiqué dans le diagramme ci-dessous (*fig.* 13).

Fig. 13.

Ces thermomètres portent les numéros 4254, 4255, 4257, 4411; ils appartiennent au Bureau international, et font partie de la série qui est généralement affectée aux mesures par le comparateur universel. Ils ont été très soigneusement étudiés, et toutes leurs corrections déterminées. Par exception, dans une série, on a substitué un autre thermomètre, n° 4403, au thermomètre 4411, alors employé, dans le comparateur à dilatation, pour les déterminations relatives au mètre auxiliaire.

On trouvera dans l'Annexe I une Table donnant les corrections totales à appliquer aux lectures de ces cinq thermomètres.

Ces thermomètres étaient observés au moyen d'une lunette montée sur un pied, au travers de deux fenêtres pratiquées dans les couvercles de fonte et de bois, et garnies de glaces.

La boîte présentait encore quatre autres ouvertures : savoir deux pour l'entrée et la sortie du faisceau lumineux, et deux plus petites, au travers desquelles on lisait les compteurs de tours. Toutes ces fenêtres étaient garnies de glaces ou de lames de mica. Plusieurs autres petites ouvertures circulaires laissaient passage aux collets des grandes vis, aux tiges des pignons; et deux autres, un peu plus grandes, dans les couvercles, aux microscopes. Celles-ci étaient, pendant les expériences, garnies de coton. On n'a pas jugé nécessaire de rendre la boîte étanche, bien que cela eût peut-être pu se faire sans de très grands embarras.

La température de la salle d'observation était maintenue constante, à un demi-

degré près environ, au moyen d'un régulateur actionné par la dilatation d'essence de pétrole, et qui réglait, par un piston en mercure, l'accès du gaz d'éclairage à un poêle à gaz brûlant nuit et jour. L'air de la pièce était chauffé principalement par un long tuyau partant du poêle, et régnant dans toute la longueur de la paroi, du côté opposé à l'appareil. L'effet de la radiation directe était extrêmement faible.

Grâce à ces précautions, que je dois spécialement à M. Benoît, les variations totales de température dans l'appareil, pendant les expériences les plus longues (c'est-à-dire les comparaisons entre IX et X, qui duraient habituellement de 45 à 60 minutes), ont dépassé très rarement 0,05 degré. Ce changement pouvait être attribué, le plus souvent, à la chaleur dégagée par l'observateur lui-même. On pourrait certainement réduire beaucoup cette influence, en modifiant les organes de rectification et d'observation, de manière à les placer à une plus grande distance du corps du comparateur, ce qui permettrait en même temps de mieux isoler toute la face antérieure de l'instrument.

On peut ajouter encore qu'on a placé des écrans doubles de bois partout où cela a paru utile pour protéger l'appareil contre les courants d'air venant de la porte de la salle, aussi bien que contre la chaleur dégagée par les brûleurs à gaz, etc.

Protection contre les ébranlements. — Pour mettre l'instrument à l'abri des vibrations (qui cependant, il faut le dire, ne sont jamais gênantes, dans l'isolement du parc de Saint-Cloud), on l'a monté, dans la salle VI de l'Observatoire, sur un grand et très lourd pilier de pierre, entièrement isolé du parquet environnant. Pour plus de précaution, le comparateur et la boîte de fonte qui l'entoure ont été supportés sur des cales de caoutchouc d'un centimètre environ d'épaisseur. Ces dispositions ont été si parfaitement efficaces qu'on n'a jamais aperçu, pendant la durée tout entière du travail, la plus légère trépidation dans les franges d'interférence.

Dispositif optique.

Spectroscope. — Partant de la source Z (*fig.* 9 et *Pl. I*), la lumière tombe d'abord sur une lentille convergente double x_1, qui forme, de l'autre côté et à peu près à la même distance (10^{cm}), une image de l'extrémité illuminée du tube à cadmium. Les images plus ou moins confuses du tube de verre et des parties élargies en ampoules qui le terminent sont arrêtées en ce point par un écran t_1, percé d'un petit trou quadrangulaire de 3^{mm} environ de largeur. C'est ce petit trou éclairé qui joue ensuite le rôle de source lumineuse. Il est placé au foyer

principal de la lentille collimatrice x_2, qui a 30^{cm} de distance focale et 4^{cm} de diamètre; le faisceau lumineux, rendu ainsi approximativement parallèle, tombe sur un prisme à sulfure de carbone W, de 60° d'angle réfringent, placé dans la position du minimum de déviation. Le spectre est ensuite formé par la lentille x_3, semblable à x_2, à son foyer principal. En ce point une fente t_2, de largeur égale à celle de l'écran t_1, laisse passer les rayons d'une réfrangibilité donnée. Pour passer d'une couleur à une autre, il suffit de mouvoir le levier y, qui fait tourner le prisme et la source d'un angle correspondant. La position du prisme cesse alors de correspondre au minimum de déviation; mais il n'en résulte aucun inconvénient, tant que les images différemment colorées sont suffisamment distinctes et séparées.

Après avoir traversé la fente t_2, la lumière tombe sur une lentille x_4, de 10^{cm} de distance focale principale, qui rend une fois de plus le faisceau approximativement parallèle; puis elle rencontre le miroir w, incliné à 45°, réglable à volonté dans le sens vertical et horizontal, qui la réfléchit à l'intérieur de l'appareil. En sortant du réfractomètre, la lumière arrive à la lunette d'observation Y, lunette ordinaire, achromatisée d'une manière un peu imparfaite, et grossissant environ deux fois et demie. L'ouverture de l'objectif est de 13^{mm} et sa longueur focale de 95^{mm}, de sorte que l'angle du cône lumineux qui pénètre est environ 1 : 7. Pour utiliser autant que possible la lumière, qui est affaiblie par quinze réfractions et quatre réflexions, il est important de conserver toujours toute l'étendue de cet angle. La seule autre condition à satisfaire est que les lentilles x_2, x_3 aient une distance focale suffisante pour séparer l'une de l'autre, d'une quantité au moins égale à la largeur de la fente, les radiations les plus rapprochées dans le spectre (dans le cas du cadmium, ce sont les radiations bleue et violette). Cette largeur est elle-même déterminée par le diamètre du tube éclairant; l'expérience a montré que ce diamètre devait avoir, pour donner les meilleurs résultats, de 2 à 3 millimètres. Un tube plus large perd en intensité; un tube plus étroit se couvre rapidement d'une couche conductrice.

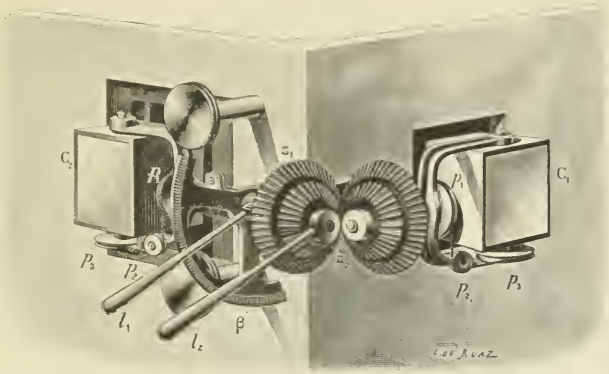
Les lentilles, les miroirs et les autres parties du dispositif optique peuvent être réglés, dans tous les sens, au moyen des supports à coulisses qui les portent et qui se fixent le long de la barre q. On peut déplacer la lunette verticalement ou horizontalement, tout en conservant à son axe la même direction, au moyen d'un mouvement parallèle double, visible sur la *Pl. I* et la *fig.* 10. La direction de son axe se règle à volonté au moyen d'un *genou*, sur lequel elle est montée.

Appareil de déplacement. — Avec les dispositions précédentes, le faisceau lumineux peut être dirigé à volonté sur telle partie des surfaces que l'on désire examiner. Toutefois, il est nécessaire, au cours des expériences, de modifier à

volonté la position de ce faisceau, très rapidement; pour satisfaire à cette condition, on a disposé un *appareil de déplacement*, qui permet de mouvoir instantanément et à volonté à la fois le faisceau qui entre dans l'appareil, et le faisceau qui en sort, soit d'avant en arrière (ou de gauche à droite), soit de haut en bas.

Cet appareil, que l'on voit sur la *Pl. I*, et qui est représenté à une plus grande échelle (*fig.* 14) (¹), est constitué par deux cubes de verre C_1, C_2, ayant un in-

Fig. 14.



dice de réfraction élevé, montés à angle droit l'un sur l'autre, et rendus solidaires l'un de l'autre par un double engrenage, de manière à tourner simultanément d'un même angle dans le sens vertical par l'action du levier l_1, et d'angles égaux, mais de directions inverses, dans le sens horizontal par l'action du levier l_2.

Le mouvement vertical est transmis directement, l'appareil tout entier tournant avec le levier l_1 qui est attaché à l'axe z_1. Un arc β, muni sur l'une de ses faces d'une denture contre laquelle le levier l_1 est maintenu appuyé par un ressort, s'oppose à tout mouvement tant que ce levier n'est pas dégagé. Le levier l_2 est fixé sur un axe z_2, qui tourne, avec un peu de frottement, à l'intérieur de l'axe z_1. L'extrémité de cet axe intérieur porte une poulie à gorge p_1 à laquelle est attaché un fil sans fin. Celui-ci passe sur deux petites poulies de renvoi p_2 et ensuite sur la poulie à gorge p_3, laquelle est fixée à la monture du cube de verre, auquel elle communique un mouvement de rotation autour d'un axe passant par son plan moyen et perpendiculaire à l'axe z_1.

La recherche de la forme et des dimensions les plus avantageuses à donner à

(¹) On a supprimé cet *appareil de déplacement* sur la *fig.* 10, pour laisser voir d'autres organes qu'il aurait masqués.

la pièce de verre, ainsi que de la position à attribuer aux axes de rotation, constituerait un problème assez intéressant, le principal desideratum à chercher étant d'obtenir un déplacement donné du faisceau lumineux avec un moment d'inertie minimum ; toutefois un certain nombre d'éléments, tels que la largeur du faisceau, la perte de lumière par absorption et réflexion, les difficultés mécaniques, etc., compliquent tellement ce problème qu'il ne vaut guère la peine d'essayer de le résoudre complètement. Un calcul approximatif, en supposant une forme rectangulaire, a fait voir que les axes doivent être placés à une distance d'environ 0,2 de l'épaisseur de la lame, à partir de la surface la plus rapprochée de la source pour le premier verre, et la plus rapprochée de la lunette pour le second.

Les verres qui ont été employés étaient à peu près cubiques, ayant environ 34^{mm} d'arête dans tous les sens; ils étaient construits en flint-glass un peu lourd et presque blanc. Leur poids était suffisamment équilibré par le frottement, et ne gênait aucunement.

Au moyen de cet arrangement, on pouvait observer aisément et très rapidement toutes les parties des quatre surfaces placées l'une à côté de l'autre (surfaces supérieures et inférieures des deux étalons à comparer) [1]. Par exemple, pour régler le parallélisme des surfaces, on fait mouvoir d'avant en arrière le levier vertical d'abord, puis horizontal, et l'on reconnaît immédiatement les plus légers changements dans la grandeur des anneaux d'interférence. On rectifie alors les positions des miroirs jusqu'à ce que ces variations aient complètement disparu.

Source.

Tubes à vide. — Après un assez grand nombre d'essais plus ou moins satisfaisants, la forme des tubes à vide finalement adoptée est celle qui est représentée dans la *fig.* 15.

Deux électrodes de platine sont soudées dans les tubes de verre étroits en *a*, *b*, et aussi en *c*, *d*; cette dernière soudure a pour but d'empêcher la distillation de la vapeur dans les parties froides qui émergent hors de la boîte métallique dans laquelle on chauffe ces tubes. En *e*, ces tubes sont soudés aux parties élargies du tube vide d'air. Les électrodes de platine se continuent par un fil d'aluminium d'environ 2^{mm}, enroulé en un anneau de 8^{mm} de diamètre, au travers duquel

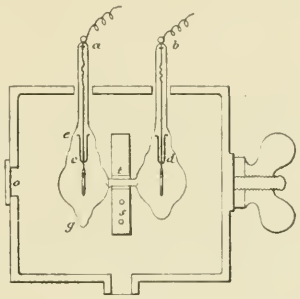
---

[1] Il y aurait eu avantage à laisser un peu plus de latitude pour l'éclairement que n'en permettaient ces pièces de verre; on aurait pu facilement leur donner un centimètre de plus en largeur et en épaisseur sans porter sérieusement obstacle à la facilité des mouvements.

on observe la lumière de la décharge électrique qui illumine le tube étroit t; le diamètre de celui-ci varie de 2 à 3 millimètres.

M. Victor Chabaud, constructeur à Paris, a construit un grand nombre de ces tubes, qui ont donné de très bons résultats. Cependant il faut dire que, lorsqu'un

Fig. 15.



Échelle $\frac{1}{3}$.

tube avait été chauffé et refroidi une douzaine de fois, chaque fois pendant plusieurs heures, il se produisait habituellement aux points c, d une fêlure qui permettait à l'air contenu dans les parties a, b de passer dans le tube [1].

Le tube, d'abord ouvert en g, recevait quelques centigrammes de limaille de cadmium; puis il était mis en communication avec une pompe à mercure. On faisait alors le vide, jusqu'à quelques dixièmes de millimètre; on chauffait et l'on faisait passer la décharge électrique; la lumière était examinée à l'aide d'un petit prisme simplement tenu à la main, et, lorsque le spectre obtenu paraissait satisfaisant, on soudait à la lampe le tube en g, et on le séparait de la pompe; le tube était alors prêt à servir. M. Chappuis s'est chargé habituellement de faire toute cette opération, ce pour quoi je lui dois de sincères remerciements.

La *fig.* 15 représente le tube en place dans sa boîte de bronze. Celle-ci porte deux ouvertures latérales par lesquelles passent les prolongements isolants du tube, et une autre ouverture, en o, fermée par une glace et qui livre passage à la lumière. Une quatrième ouverture pouvait recevoir un thermomètre; mais on a reconnu que cela n'était point nécessaire. La boîte est munie d'un couvercle qui tourne sur charnières pour mettre le tube à sa place, où il est ensuite maintenu par un ressort fixé en s. Il est protégé par des plaques de carton d'amiante;

[1] On pourrait peut-être éviter cet inconvénient en diminuant la longueur de la soudure et le diamètre du fil. Il serait également utile de faire le vide dans les tubes a, b.

une plaque semblable couvre également le fond de la boîte afin de modérer et de régulariser l'action de la flamme sur le tube.

La boîte est portée par la tige y_2 (*Pl. I*) par l'intermédiaire d'un support qui permet toutes les rectifications nécessaires; elle est chauffée par un brûleur de Bunsen, porté sur la même tige. Pour régler l'arrivée du gaz, on s'est servi d'un simple manomètre à eau; on a constaté qu'en réglant celui-ci à une hauteur de colonne de 12^{mm} environ, on pouvait maintenir une température suffisamment constante.

Des expériences antérieures avaient montré que, à des températures inférieures à 200°, l'étincelle passe difficilement, à moins qu'on n'ait laissé une quantité considérable d'air dans le tube, ce qui a l'inconvénient de troubler sensiblement le spectre du cadmium par l'adjonction de raies propres au spectre de l'air. D'autre part, quand la température s'élève beaucoup au-dessus de 300°, les phénomènes d'interférence, avec 100^{mm} de différence de marche, deviennent indistincts; il est toutefois important de remarquer que cela n'a aucune influence sur la phase des franges (*voir* Annexe IV).

Entre les deux limites précédentes, il y a un intervalle assez grand, dans lequel les phénomènes se présentent d'une façon satisfaisante, pour qu'il n'y ait pas lieu de chercher à maintenir la température à un degré donné avec une constance parfaite.

Illumination par la décharge électrique. — La vapeur de cadmium était rendue lumineuse par la décharge du circuit secondaire d'une grosse bobine d'induction pouvant donner une étincelle de 10 centimètres dans l'air.

L'interruption, dans le circuit primaire, était obtenue à l'aide d'un interrupteur circulaire fixé sur l'axe d'un petit moteur électrique, qui faisait environ 20 révolutions par seconde. La constance de la lumière ainsi obtenue est beaucoup plus satisfaisante que par l'emploi des interrupteurs ordinaires.

Lumière blanche. — Lumière du sodium. — Pour éclairer par la lumière blanche, on employait un bec-papillon ordinaire à gaz Z_1 (*fig.* 9); on supprimait le miroir α, et l'on se servait d'une grosse lentille convergente x_5 pour rendre le champ uniforme. Immédiatement en avant de ce bec, était un brûleur Bunsen dans la flamme duquel plongeait une petite corbeille de fil de platine contenant du carbonate de soude. Cette flamme de sodium servait à chercher les franges colorées dans la lumière blanche, et aussi à mesurer les écarts de position des surfaces des étalons, lorsque ces écarts dépassaient une ou deux longueurs d'onde.

Ces deux lumières, blanche et jaune, pouvaient être employées successive-

ment ou simultanément, au moyen d'un jeu de robinets convenablement disposé. Un flacon plein d'eau, interposé entre la flamme et la lentille, aidait à arrêter les radiations thermiques; l'ensemble de l'appareil était en outre protégé contre l'action des diverses sources de chaleur, ainsi qu'on l'a déjà dit, par des écrans doubles en bois placés aux endroits nécessaires.

Réglages.

Coulisses. — Le corps du comparateur ayant été placé sur ses supports de caoutchouc, sur le pilier de la salle VI, dans la position qui est représentée sur la *fig.* 9, le premier réglage à faire a été le dressage des coulisses.

Ce réglage avait déjà été fait une fois avant le transport de l'appareil en France; mais, comme on s'y attendait d'ailleurs, les plaques d'acier avaient joué sensiblement pendant la traversée, et toutes les surfaces formant coulisses présentaient des dénivellations de 20 à 100 microns, qu'il fallait de nouveau rectifier.

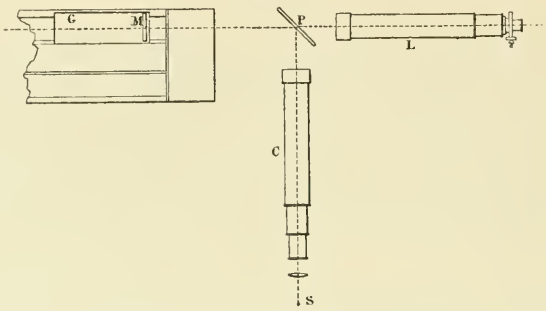
Cette laborieuse opération a été commencée le 24 juillet 1892, et continuée, avec quelques interruptions, jusqu'au 26 août. Les lames d'acier s_1, s_2, s_3, (*fig.* 11) furent d'abord vissées, sans serrage, sur la grosse barre Q, qui leur sert de support; et leurs positions furent réglées approximativement, savoir dans le sens vertical pour s_1 et s_2 par des vis de réglage placées en dessous, et de droite à gauche pour s_3, simplement à la main, jusqu'à ce qu'un niveau sensible posé longitudinalement ou transversalement sur les chariots indiquât une distribution symétrique des irrégularités. On serra alors les vis de serrage définitivement, et l'on mit en place les supports destinés à porter les microscopes. A partir de ce moment, on ne toucha plus à aucune vis, on ne déplaça plus l'instrument, et, d'une manière générale, on ne lui fit plus subir aucune secousse ni aucun dérangement quelconque.

Pour l'étude des coulisses, on a opéré de la manière suivante. Un collimateur C et une lunette L (*fig.* 16), de 35^{cm} de distance focale et de $4^{cm},7$ d'ouverture chacun, sont montés, en face de l'appareil, sur deux piliers, perpendiculairement l'un à l'autre. Les rayons émanés d'une lampe S sont concentrés par une lentille sur le réticule à fil croisé du collimateur, puis, rendus parallèles par ce dernier, tombent sur une glace P plane parallèle, inclinée à 45°, qui les renvoie sur le miroir plan M fixé à l'un des chariots G du comparateur. Ce miroir est réglé normalement à la direction du faisceau lumineux. Celui-ci, revenant sur lui-même, traverse la lame P, et est reçu finalement dans la lunette L, où il forme l'image du réticule du collimateur.

On règle d'abord la position du miroir M, en éclairant les fils du micromètre de la lunette L, et amenant leur image produite par M à coïncider avec eux; cette opération sert en même temps à ajuster la lunette pour les rayons parallèles. Ensuite, on règle le tirage et la direction du collimateur de manière à faire coïncider l'image de son réticule avec les fils du micromètre de la lunette.

Le mode de montage du miroir M sur l'un et l'autre chariot était tel que

Fig. 16.



ce miroir occupait toujours la même position absolue, de manière à permettre d'examiner successivement les coulisses de droite et celles de gauche, sans avoir à déplacer à chaque fois la lunette et à la régler de nouveau.

Pour étudier, par exemple, le bord supérieur de la lame s_1 (*fig.* 11), on tourne le micromètre de la lunette verticalement, c'est-à-dire dans la position dans laquelle les fils mobiles sont horizontaux. On déplace alors le chariot G_1, dans toute l'étendue de la coulisse, successivement de quantités égales à sa propre longueur, et, dans chacune de ses positions, on pointe l'image du fil horizontal du réticule.

Si l'on représente par $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \ldots$ les lectures obtenues, qui sont proportionnelles aux angles décrits par le chariot, et par δ la lecture qui correspondrait à la position du miroir si la coulisse était exactement parallèle, dans la partie considérée, à la droite qui réunit ses deux extrémités, on a

$$(\alpha_1 - \delta) + (\beta_1 - \delta) + (\gamma_1 - \delta) + \ldots = 0,$$

d'où

$$\delta = \frac{1}{n}(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \ldots),$$

n étant le nombre total des pointés effectués.

Si l est la distance des deux points sur lesquels appuie le chariot, et k_1 le facteur constant par lequel il faudrait multiplier les lectures pour obtenir le demi-angle

fait par le miroir avec le plan de repère, les angles étant petits, les erreurs de la coulisse seront :

Pour la première lecture.....	$k_1 l(\alpha_1 - \delta) = k\alpha$	
» deuxième »	$= k(\alpha + \beta)$	
» troisième »	$= k(\alpha + \beta + \gamma)$	

et ainsi de suite.

En supposant qu'il n'existe pas de variations brusques dans les intervalles des points sur lesquels a posé le chariot, une courbe continue passant par ces valeurs représentera suffisamment bien la forme générale de la surface [1].

Cette courbe ayant été dessinée pour l'une des surfaces, on procède à l'enlèvement des parties saillantes, en se servant de rodoirs formés par de la poudre d'émeri (de finesse graduellement croissante) incorporée dans un mélange de résine et de gomme laque fondues. La finesse du grain à employer, la pression à appliquer, la durée du rodage, sont, dans chaque cas, affaire d'appréciation, et l'on n'arrive à opérer avec discernement qu'après quelques jours d'expérience.

Pendant qu'on rode le bord supérieur de la lame s_1, on protège le bord latéral voisin de la lame s_3 contre l'action de l'émeri à l'aide d'une bande de papier interposée et fixée (à la cire) sur le rodoir. Ce dernier doit être fréquemment rectifié, en le rodant aussi sur un marbre de fonte, qui lui-même doit être vérifié et dressé de temps en temps.

Après chaque rodage, qui pouvait durer de un quart d'heure à trois quarts d'heure, on nettoyait avec soin les surfaces, on mettait en place le chariot, et l'on faisait les observations comme il a été indiqué ci-dessus. On dessinait la courbe obtenue, et l'on recommençait à roder. De cette manière, on arrivait peu à peu à corriger la surface de s_1, jusqu'à un point que l'on considérait comme une première approximation. Il aurait été inutile de chercher à l'amener du premier coup à toute la perfection désirable; car il se produit toujours ensuite des dérangements inévitables, par suite des déformations momentanées que produit la pression, et aussi parce qu'on est toujours exposé à altérer un peu la surface obtenue, malgré l'interposition de la feuille de papier, en travaillant la surface voisine.

---

[1] La détermination de la forme exacte de la coulisse est une question analogue au calibrage d'un thermomètre; on pourrait, sans aucun doute, obtenir une représentation beaucoup plus exacte de cette forme par l'emploi de plusieurs chariots de longueurs différentes. Toutefois, comme cette forme même n'est pas absolument constante tant qu'on travaille les surfaces, comme, d'autre part, la dépense considérable de temps et de travail qui aurait été nécessaire pour procéder d'une façon tout à fait rigoureuse n'aurait été ensuite d'aucune utilité, on s'est contenté de la marche simple indiquée dans le texte.

La surface supérieure de s_2 et les deux surfaces latérales de s_3 ont été traitées de la même manière. Ensuite toute l'opération a été recommencée, en employant des rodoirs à grain plus fin, et agissant avec une pression moindre, tout en examinant fréquemment toutes les surfaces, et commençant toujours par rectifier celles qui avaient les erreurs les plus grandes.

Les difficultés que l'on a rencontrées dans ce long et laborieux travail doivent être attribuées principalement aux déformations quelquefois éprouvées par les surfaces alors qu'on pouvait croire les rodages terminés, et aussi aux défauts d'homogénéité de la matière, qui permettait à certains points de s'user plus rapidement que d'autres; en sorte qu'il est arrivé plusieurs fois, lorsqu'une surface était déjà presque parfaitement dressée, de produire en un point donné un *creux*, qui obligeait à recommencer toute l'opération.

Les courbes représentant les formes des quatre surfaces, telles qu'on les a finalement laissées, étaient, à l'échelle adoptée, des droites presque parfaites. L'erreur moyenne est moindre qu'un micron, ce qui, avec un chariot de 17^{cm} de longueur, correspond à un angle inférieur à $1''$, c'est-à-dire à $2''$ pour l'inclinaison du faisceau lumineux réfléchi; cette limite était voisine de ce que permettait d'atteindre le pouvoir de résolution de la lunette.

Ce degré d'exactitude était plus que suffisant. L'exactitude des comparaisons ne dépend en effet, à aucun degré, de la parfaite rectitude des coulisses; la précision qui est exigée dans l'ajustement des miroirs dépasse d'ailleurs considérablement celle qui pourrait être obtenue par ces coulisses, si parfaites qu'on pût les faire. Néanmoins ce travail préliminaire n'était point inutile; car il est extrêmement commode d'avoir des coulisses assez droites pour n'avoir pas à perdre du temps pour trouver les franges d'interférence, ni pour corriger les erreurs d'inclinaison des miroirs qui se produisent à chaque pas successif, dans les comparaisons.

Réfractomètre. — La rectification des coulisses une fois terminée, on a laissé l'appareil reposer, sans être touché, pendant une journée; puis on les a vérifiées de nouveau, et l'on a constaté qu'elles n'avaient subi aucun changement. L'appareil a été alors très soigneusement nettoyé; les grandes vis ont été mises en place et ajustées de manière à tourner très librement; les compteurs de tours ont été montés et convenablement réglés; les pignons de transmission pour le réglage de l'inclinaison des miroirs ont été mis en place; enfin les glaces parallèles et les miroirs du réfractomètre, après avoir été argentés à nouveau, ont été montés dans les positions qu'ils devaient occuper.

Les lames planes parallèles γ_1, γ_2 (*fig.* 9 et 10 et *Pl. II*) étaient des disques, en verre optique, de 9^{cm} de diamètre et 1^{cm} d'épaisseur, placés sous un angle de 45° par rapport à l'axe de l'appareil. Il n'est pas absolument indispensable que

ces deux lames soient d'épaisseurs exactement égales; une petite différence d'épaisseur peut en effet aisément être compensée par une légère différence dans leur inclinaison. Pour les faire rigoureusement semblables, il aurait fallu les couper toutes les deux dans une plaque qui aurait été d'abord environ quatre fois plus grande, et dont le prix eût augmenté dans une proportion encore plus considérable.

Le miroir O a 85^{mm} de diamètre; il est argenté sur sa première surface et sert simplement à rendre parallèles les deux faisceaux lumineux.

Le miroir π a 5^{cm} de diamètre et 1^{cm} d'épaisseur. Son image par rapport à la surface argentée de la lame γ_1 constitue ce que nous désignons par le nom de *plan de référence*, et représente la deuxième surface de la lame d'air équivalente (p. 11), dans laquelle se produit le phénomène d'interférence. Un miroir auxiliaire de la même dimension avait été monté sur les chariots, dans les expériences préliminaires, pour la rectification des coulisses ([1]).

Les lames et les miroirs étaient placés dans des montures de bronze, susceptibles d'être ajustées approximativement au moyen de leurs vis de serrage sur l'appareil. Les glaces elles-mêmes appuyaient sur les pointes de trois vis de réglage, contre lesquelles elles étaient poussées légèrement par des vis antagonistes, dont la pression était modérée par l'interposition de feuilles de liège. Cet arrangement permet un réglage exact et permanent des surfaces, sans donner lieu à aucune déformation appréciable.

La planimétrie des surfaces du réfractomètre était vérifiée par l'examen des franges d'interférence produites avec la lumière blanche. Comme on rencontre parfois quelque difficulté à trouver ces franges, quelques indications à ce sujet ne seront pas inutiles.

Après avoir mis en place et réglé approximativement les lames de verre et les miroirs, comme on l'a indiqué ci-dessus, dans les positions représentées *fig.* 10, on rend égaux entre eux les chemins parcourus par les deux faisceaux lumineux, à quelques dixièmes de millimètre près, en déplaçant l'un des chariots; puis on amène à coïncider, en modifiant les inclinaisons des miroirs, les deux images d'un objet bien défini, tel qu'une pointe d'épingle ou mieux encore un réticule à fils croisés un peu gros, objet qui n'a pas besoin d'être placé à une grande distance. Cette coïncidence peut s'obtenir plus exactement en s'aidant d'une lunette à faible grossissement; mais, avec un peu d'habitude, il n'en est même pas besoin.

([1]) Les lames et les miroirs auraient pu occuper moins de place, être arrangés mécaniquement d'une façon plus simple et offrir un champ plus large, si on leur avait donné une forme rectangulaire, et non circulaire. Mais l'expérience a montré que les surfaces rectangulaires sont beaucoup plus difficiles à exécuter avec la précision obligée, et il est de plus douteux qu'elles conservent leur forme avec le temps.

Les choses étant ainsi disposées, on place au point d'abord occupé par le réticule une flamme à sel de soude; mieux encore, on peut observer le réticule projeté sur cette flamme, qui est placée immédiatement derrière lui, et au foyer d'une lentille convergente. Aussitôt que les deux images sont en coïncidence, on voit généralement, à l'œil nu, se produire les franges d'interférence. Mais la position qu'elles occupent est une affaire de pur hasard; en sorte que, pour les distinguer nettement, il faut accommoder l'œil successivement pour différentes distances, à partir de la surface des miroirs jusqu'à l'infini. Si l'on dispose de plus de lumière qu'il n'est nécessaire, on les découvre plus aisément en interposant un diaphragme à petite ouverture.

Une fois les franges aperçues, on règle à volonté leur distance et leur direction, en agissant méthodiquement, par les boutons μ_1, μ_1, ou μ_2, μ_2, sur les pignons qui modifient les inclinaisons, verticale ou horizontale, des surfaces.

Si la flamme du sodium est trop éclatante, la lumière n'est plus suffisamment homogène, et les franges peuvent devenir invisibles. Il peut arriver aussi qu'on ait donné, par hasard, aux deux faisceaux une différence de marche telle que les deux systèmes de franges dues respectivement aux radiations D_1 et D_2 se contrarient, auquel cas toute trace de phénomène d'interférence disparaît encore. Dans ce cas, on déplace l'une des surfaces, lentement, en faisant mouvoir le chariot correspondant de quelques centièmes de millimètre; on voit alors les franges apparaître avec une netteté croissante, et l'on continue le mouvement jusqu'à ce que les franges noires paraissent aussi foncées que possible. A ce moment, toutefois, on peut encore s'être trompé d'une période entière, par rapport à celle dans laquelle on doit trouver les franges en lumière blanche, et l'on pourrait perdre un temps considérable à chercher ces dernières inutilement.

Mais, si l'on déplace l'œil dans une direction parallèle à celle des franges, on voit alors celle-ci se modifier [1]. On cherche donc, en faisant varier la position du plan de référence, la période de netteté maxima dans laquelle ce changement de direction devient le plus faible possible; à ce moment, il y a égalité de marche, pour les deux faisceaux interférents, à quelques dizaines de longueurs d'onde près. La flamme qui fournit la lumière blanche est un bec de gaz ordinaire, placé immédiatement en arrière de la flamme à sel de soude. On l'allume alors et l'on règle son intensité de façon à permettre encore d'apercevoir, dans le champ éclairé, les franges produites par le sodium; on fait tourner la vis k qui produit le mouvement lent du chariot, mouvement assez lent pour qu'on puisse compter les franges qui passent. Après quelques tours, en général, on voit apparaître les franges colorées, dont on rectifie définitivement la largeur et la direction.

---

[1] En effet les franges ne sont pas droites, mais approximativement circulaires, et le déplacement de l'œil entraîne un changement correspondant dans la position du centre du système des anneaux, changement qui est rendu apparent par la variation de l'inclinaison du fragment d'arc que l'on observe.

Pour vérifier la précision avec laquelle ont été exécutées les surfaces, on a réglé la largeur des franges à peu près à 1^{cm}, et on les a dirigées d'abord verticalement, puis horizontalement. On a trouvé que les erreurs combinées des surfaces produisaient une distorsion des franges qui n'atteignait pas 0,2 frange. En choisissant judicieusement les surfaces et en faisant tourner les disques autour de leur axe, on a pu réduire cette distorsion à environ 0,1 frange; l'erreur était d'ailleurs notablement moindre dans la portion de surface réellement utilisée. Si l'on considère qu'un des faisceaux interférents a éprouvé deux réflexions et cinq réfractions, et l'autre quatre réflexions et trois réfractions, on jugera de la remarquable perfection atteinte dans l'exécution de chaque surface.

La forme exacte de la surface virtuelle du *plan de référence* pourrait être étudiée par l'observation des interférences produites avec une autre surface connue; toutefois, il est douteux que cette dernière restât constante assez longtemps après l'étude de sa forme, pour que ce procédé pût inspirer une entière confiance. On verra d'ailleurs que l'effet de petites erreurs dans la surface du plan de référence se trouve éliminé des résultats par la manière de faire les observations.

Il est important de remarquer que, par suite de la dispersion de la lame de verre, si les trajets des deux faisceaux ne sont pas identiques, les franges ne sont plus droites; la courbure de la frange achromatique dans la lumière blanche peut être aisément reconnue, même quand la différence des épaisseurs de verre traversées par les deux faisceaux est inférieure à un dixième de millimètre. On comprendra aisément que cette courbure complique le problème de la détermination de la forme des surfaces, et de la disposition à donner aux glaces pour obtenir les meilleurs résultats.

L'inclinaison qui a été donnée à la lame compensatrice était celle qui correspondait à la courbure minima, bien qu'elle fût un peu différente de celle qui aurait correspondu à l'identité des deux chemins parcourus, ainsi que le montrait une légère dissymétrie dans les colorations des franges.

Étalons intermédiaires. — On a d'abord ajusté, à la lime, les chevilles qui doivent supporter les miroirs, de manière à obtenir, approximativement, entre celles d'avant et celles d'arrière, la distance voulue. L'étalon a été alors placé, avec le collimateur et la lunette dont il a été déjà question, dans la position correspondante à celle du miroir M (*fig.* 16), et l'on a rendu les deux miroirs parallèles, en limant de nouveau les chevilles ou les rodant avec du papier d'émeri fin, jusqu'à faire coïncider les deux images du réticule du collimateur.

L'étalon de 1 décimètre (IX), ayant été ainsi ajusté approximativement, est placé sur son chariot, et l'on compare sa longueur à celle du mètre auxiliaire (X). La longueur ainsi trouvée est corrigée alors, en limant les chevilles qui sup-

portent la glace antérieure, si cette longueur est trop grande; en limant les chevilles de la glace postérieure, si elle est trop petite.

On facilite considérablement ce réglage par une opération préliminaire, qui consiste à déterminer le déplacement angulaire du miroir correspondant à un changement de 1^{μ} dans la longueur de l'une des chevilles.

Si l'on désigne par k le facteur constant, résultant de ce tarage, par lequel il faut multiplier les lectures du micromètre, et si l'erreur trouvée dans la longueur de l'étalon est n microns, on établit entre le fil fixe du micromètre et son fil mobile une distance égale à kn. On sépare alors les deux images qui coïncidaient d'abord, en limant la cheville isolée (sur les trois qui existent à chaque extrémité) qui détermine la longueur (la cheville inférieure à l'extrémité arrière, ou la cheville supérieure à l'extrémité avant), jusqu'à ce que la distance de ces images devienne précisément égale à celle des fils du réticule.

On rétablit ensuite le parallélisme des surfaces, qui a été ainsi détruit, en faisant de nouveau coïncider les deux images, par le rodage des deux autres chevilles; le changement dans la longueur qui accompagne cette opération est négligeable.

Le parallélisme que l'on obtient ainsi n'est encore qu'une grossière approximation; et, pour corriger l'erreur restante (qui peut atteindre 5″, puisque c'est là à peu près la limite de résolution de la lunette, dont l'ouverture effective est ici de 2^{cm}, largeur de la surface des miroirs des étalons), on place de nouveau l'étalon sur son chariot, et l'on observe simultanément les franges d'interférence obtenues entre le plan de référence et chacun des deux miroirs.

Pour cette observation, il est naturellement indispensable d'employer une lumière monochromatique. On règle le plan de référence parallèlement à l'une des surfaces, par exemple la surface du miroir inférieur ou miroir d'avant. On aperçoit immédiatement les franges circulaires. En faisant alors mouvoir les glaces épaisses de *l'appareil de déplacement* (*fig.* 14) verticalement et horizontalement, le réglage du plan de référence sera satisfaisant si ce mouvement ne produit aucun changement dans la grandeur des anneaux. On passe alors à la surface du miroir supérieur, qu'on examine de la même manière, et l'on corrige l'erreur restante en agissant systématiquement sur les petites vis v (*fig.* 3 et 5), qui augmentent ou diminuent la légère pression exercée par les ressorts ρ [1].

A chaque retouche, l'étalon est forcément dérangé de sa position, et l'on doit

---

[1] On a reconnu que la matière dont les étalons sont construits est si peu élastique, que ce mode de réglage s'est trouvé parfois en défaut, et qu'on a dû recourir au procédé assez peu élégant consistant à tordre directement, par tâtonnements successifs, les parties saillantes sur lesquelles s'appuie par le haut le miroir d'arrière. Les ajustements ainsi obtenus ont persisté, presque sans altération appréciable, pendant des semaines. Il serait néanmoins préférable, comme on l'a déjà indiqué plus haut, que le ressort tout entier servant à ces réglages délicats fût construit d'une matière élastique.

à chaque fois répéter toute l'opération sur les deux miroirs, jusqu'à ce qu'on arrive, par des approximations successives, à rendre le changement de phase, qui se produit dans les anneaux quand on traverse la surface entière de l'un et de l'autre miroir, inférieur à quelques centièmes d'onde; cette limite correspond à un défaut de parallélisme entre les deux surfaces d'environ $0'',2$.

Le temps nécessaire pour ces réglages a varié considérablement pour les différents étalons : il était le plus ordinairement de deux à trois heures; mais la peine et le travail que l'on a dépensés à ces ajustements préliminaires se sont trouvés plus que compensés par la facilité et la précision des opérations ultérieures.

Mètre auxiliaire. — Le mètre auxiliaire est placé de façon que les mouches de nickel, aux deux extrémités, laissent passer tout juste la mouche de l'étalon IX, sans la toucher, mais en laissant entre elles un intervalle de quelques centièmes de millimètre; de plus l'image des traits doit se faire sensiblement dans le milieu des champs des microscopes, réglés à un mètre de distance, et dans le plan du réticule. Cette mise au point s'exécute au moyen des trois vis qui portent le mètre. Dans ces conditions, la droite qui joint les extrémités des deux traits définissant la longueur du mètre auxiliaire est nécessairement parallèle à la coulisse le long de laquelle se déplace l'étalon de 10 centimètres.

Mais le déplacement de cet étalon se mesure dans une direction qui est normale à ses surfaces. Par conséquent, si cette normale fait un angle α avec la coulisse, la relation entre le mètre auxiliaire et l'étalon IX sera

$$X \cos \alpha = 10\,IX + \varepsilon,$$

ε représentant la somme algébrique des corrections. L'erreur commise en négligeant l'angle α sera $\frac{1}{2}\alpha^2$, et, pour la rendre inférieure à $0^{\mu},1$, α devra être moindre que $\frac{1}{2260}$, c'est-à-dire moindre que $\frac{1}{2}$ millimètre sur le mètre.

Le réglage des surfaces par rapport à la coulisse a été fait en plaçant l'étalon IX sur son chariot à l'extrémité la plus éloignée de la coulisse; puis mettant devant lui une épingle verticale, fixée sur un morceau de liège, avec sa tête en face du milieu du miroir d'avant. Une épingle semblable et semblablement placée a été montée sur un chariot auxiliaire de manière que sa tête vint toucher et masquer la tête de la première. Ce second chariot a ensuite été avancé jusqu'à l'extrémité la plus rapprochée de la coulisse, et l'on a alors réglé, par les pignons p, la position de l'étalon jusqu'à ce que les deux épingles et leurs images fussent exactement en ligne droite.

On a estimé que l'erreur maxima à craindre, dans ce réglage, pouvait être de $\frac{1}{2}$ millimètre ; 2α était donc inférieur à $\frac{1}{2000}$, ou α inférieur à $0,00025$, ce qui était plus que suffisant.

IV. — MÉTHODES D'OBSERVATION.

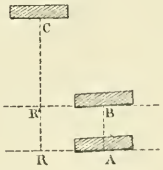
Une fois les étalons intermédiaires convenablement ajustés et leur longueur approximative déterminée par les procédés indiqués ci-dessus, les observations définitives ont été commencées vers la fin d'octobre 1892.

La première a consisté dans la détermination du nombre d'ondes de la lumière rouge du cadmium contenues dans la double distance des surfaces de l'étalon I.

Longueur en ondes de l'étalon I. — Si l'on met à part la chance d'une erreur, évidemment possible, dans le compte d'un nombre d'alternatives de maxima et minima de lumière, même quand ce nombre ne dépasse pas 1200, il n'y a dans cette détermination aucune difficulté sérieuse, à la condition que la position des franges soit parfaitement définie. Mais, pour satisfaire à cette condition, il faut que le plan de référence soit réglé très exactement parallèle aux surfaces de l'étalon; par conséquent il faut avoir recours à l'observation de franges circulaires. D'autre part, au commencement et à la fin de la mesure, c'est-à-dire dans les positions des surfaces voisines des contacts, ces franges circulaires sont extrêmement larges et indistinctes, et, outre qu'elles sont plus difficiles à compter, elles ne permettent pas le même degré de précision dans l'estimation des fractions que permettent des franges plus petites, ou encore des franges rectilignes observées en lumière blanche.

Pour faire disparaître cette difficulté, on a adopté la disposition représentée *fig.* 17.

Fig. 17.

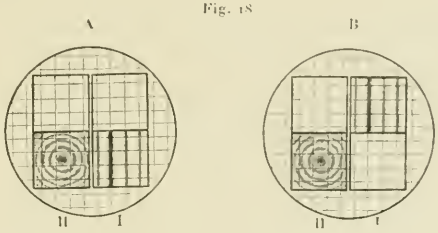


R, R' représentent deux positions du plan de référence, parallèles l'une et l'autre à un miroir fixe C (l'un des miroirs de l'étalon II par exemple), placé à une distance convenable pour avoir des franges circulaires de grandeur commode pour en faire le compte. A, B représentent les deux miroirs de l'étalon I, qui est légèrement incliné, de manière à donner dans la lumière blanche des franges

rectilignes, verticales, convenablement espacées. L'erreur introduite par cette légère inclinaison est complètement négligeable.

Après avoir abandonné quelque temps l'appareil à lui-même, pour laisser s'établir un équilibre définitif, on amène, au moyen du ressort qui agit sur le compensateur, la frange noire en I en coïncidence exacte avec un trait vertical tracé sur le plan de référence; les réglages ainsi terminés, l'aspect présenté par les miroirs est celui de la *fig.* 18, A; on fait alors la lecture *a* de la tête di-

Fig. 18



visée S (*fig.* 12). Ensuite, encore au moyen du compensateur, on produit en H, avec la lumière rouge du cadmium, *la phase nulle*, c'est-à-dire celle dans laquelle on a une tache noire uniforme au centre des anneaux, et l'on inscrit la nouvelle lecture *b*. Alors on commence à tourner lentement et régulièrement la vis *k*, qui déplace le plan de référence, et l'on compte les franges circulaires à mesure qu'elles viennent, en se contractant, disparaître au centre. Pendant ce mouvement, il n'est pas possible de conserver rigoureusement le parallélisme des surfaces; toutefois, dans la petite longueur dont il s'agit, la coulisse est tellement près d'être parfaitement rectiligne que la modification de phase résultant de ce fait ne dépasse jamais quelques dixièmes de frange; de plus, ce qui est plus important, ces changements ne se font jamais brusquement, en sorte qu'il n'y a pas, de ce fait, de danger de perdre le compte des anneaux.

Lorsqu'on a ainsi parcouru, à quelques ondes près, la distance qui sépare les deux surfaces de l'étalon, on voit les franges en lumière blanche apparaître sur le miroir supérieur. On continue le mouvement très lentement jusqu'à ce que la frange centrale noire en I soit près de coïncider avec le trait de repère, tout en poursuivant le compte des anneaux en H. A ce moment, on rectifie très exactement le parallélisme du plan de référence avec la surface H par le procédé indiqué plus haut; ce nouveau réglage doit être fait avec assez de lenteur et de précaution pour être sûr de ne point laisser passer, sans s'en apercevoir, une frange entière.

L'aspect présenté alors par les surfaces des miroirs est figuré ci-dessus (*fig.* 18, B); on ramène, d'un côté, les anneaux en H à la phase nulle, au moyen

du compensateur, et on fait la lecture correspondante b_1; d'un autre côté, on fait de nouveau coïncider exactement la frange achromatique en I avec la ligne de repère, et l'on inscrit la lecture a_1.

Le nombre d'ondes, en lumière rouge du cadmium, contenu dans la longueur de l'étalon I, est alors

$$N + \frac{1}{\tau_r}(b - b_1) - \frac{1}{\tau_b}(a - a_1),$$

expression dans laquelle N est le nombre entier de franges comptées, et τ_r, τ_b les tares du compensateur en lumière rouge et en lumière blanche.

On a obtenu de cette manière, les 20 et 21 octobre 1892, les résultats qui suivent (les franges étaient comptées alternativement par M. Benoît et par moi-même, chacun comptant 100 franges consécutives) :

Première mesure	1212,61
Deuxième mesure	1211,83
Moyenne	1212,22

La différence qui existe entre ces deux résultats est due probablement à un léger déplacement d'un des étalons pendant le temps assez long nécessaire pour compter les franges. Il y aurait donc eu lieu de répéter encore cette mesure un certain nombre de fois, si les considérations suivantes ne fournissaient des vérifications et un contrôle absolu du nombre trouvé ([1]).

1° Une comparaison préliminaire de tous les étalons entre eux, de l'étalon IX avec le mètre auxiliaire, et de ce dernier avec le Prototype du Bureau international, avait fourni pour la double longueur de l'étalon I à 18° (température à laquelle on a fait le compte des franges), la valeur provisoire $0^{mm},780392$. D'autre part, la longueur d'onde de la lumière rouge du cadmium, mesurée par un réseau de Rowland, avait été trouvée égale à $0^{\mu},64389$ (M. Ames a donné pour cette même longueur $0^{\mu},64388$). Le rapport de ces deux quantités est 1212,00, nombre qui concorde avec celui qui a été fourni par le compte direct des franges.

2° On n'a point compté le nombre entier de franges contenu dans l'étalon I, pour les autres radiations du cadmium; mais on a mesuré avec le plus grand

([1]) Dans une deuxième série, faite plusieurs mois plus tard (10 février 1893), on a recommencé cette opération avec un résultat presque identique (*voir* Annexe VI) :

Première mesure	1212,38
Deuxième mesure	1212,56
Moyenne	1212,47

soin les fractions excédantes, simultanément dans les quatre couleurs. Les nombres trouvés sont reproduits dans le Tableau ci-dessous, et l'on y a ajouté les nombres calculés d'après les rapports connus des longueurs d'onde, en admettant le nombre 1212 comme exact pour les radiations rouges. Mais ce calcul est suffisamment exact pour donner également les fractions d'onde avec une assez grande approximation (à quelques centièmes d'onde près), et les fractions ainsi calculées doivent par conséquent concorder suffisamment bien avec celles qu'a fournies l'observation directe :

Radiations.	Longueur d'onde.	Nombre d'ondes dans la double longueur de l'étalon I. Obs. : Michelson.	Obs. : Benoît.	Calculé.
	μ			
Rouge..	0,64389	1212,37	1212,34	1212,35
Verte...	0,50863	1534,79	1534,79	1534,75
Bleue...	0,48000	1626,18	1626,16	1626,29
Violette.	0,46789	1668,54	1668,52	1668,38

La concordance entre les fractions observées et les fractions calculées est plus que suffisante pour permettre de garantir que le nombre *entier* 1212 est bien, sans erreur possible, le nombre de longueurs d'onde, en lumière rouge, qui correspond à la double longueur de l'étalon I. Si l'on refait le même calcul, en altérant ce nombre d'une ou de plusieurs unités, soit en plus, soit en moins, la concordance entre les fractions observées et calculées cesse d'une façon complète, et les écarts deviennent au moins de l'ordre de grandeur de $\frac{1}{4}$ d'onde.

On ne saurait trop insister sur l'importance et la haute valeur de ce contrôle; car il se retrouve à chaque nouvelle étape du travail, et est également applicable à tous les étalons intermédiaires, y compris le dernier. Sa sûreté est telle qu'il pourrait servir à retrouver directement, sans autre opération, le nombre *entier* cherché à chaque fois; et les comparaisons des étalons entre eux, avec l'emploi de la lumière blanche, peuvent être considérées comme destinées simplement à *faciliter* le choix du nombre entier qui seul peut, dans chaque cas, établir la concordance entre les nombres fractionnaires observés et calculés.

On verra d'ailleurs plus loin que les deux opérations, se servant mutuellement de contrôle, donnent toujours des résultats qui concordent entre eux à quelques dixièmes d'onde près.

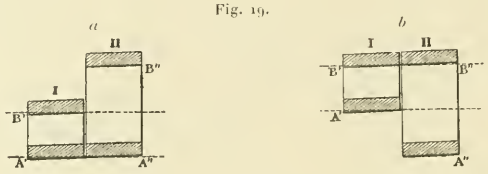
Comparaisons des étalons. — La comparaison des étalons I et II se fait de la manière suivante.

Les étalons sont placés l'un à côté de l'autre, comme on le voit sur la *fig.* 19; le premier est posé sur le chariot mobile, le second sur la tablette fixe [1]. Le

[1] Dans la *fig.* 10 (p. 22), les deux étalons VIII et IX sont représentés dans cette position, tel

plan de référence est amené d'abord en coïncidence avec la surface inférieure A″ (ou d'avant) de l'étalon II [1]; on rend les franges, en lumière blanche, verticales en réglant l'inclinaison du plan de référence. Sur celui-ci, on a tracé un quadrillage dont les traits sont distants de 5^{mm}; on règle alors l'écartement

Fig. 19.



des franges verticales de manière qu'elles couvrent respectivement les traits consécutifs du quadrillage, et l'on s'attache à faire coïncider exactement les milieux des franges extrêmes, sur les deux bords, avec les traits correspondants [2].

Pour éliminer autant que possible les erreurs dues à la courbure du plan de référence, on place toujours la frange centrale noire sur les lignes du quadrillage qui se projettent le plus près des bords des surfaces voisines de l'autre étalon. Pour la même raison, on établit la coïncidence de la frange avec ces lignes aussi près que possible des bords des miroirs supérieur et inférieur qui sont adjacents l'un à l'autre.

L'étalon I est ensuite ajusté de manière que sa surface inférieure (d'avant) A′ vienne coïncider avec le plan de référence; les franges sont réglées comme précédemment, mais sans toucher en aucune façon au plan de référence et en agissant cette fois sur les organes de rectification qui appartiennent à l'étalon I.

On dégage alors les chariots des organes de réglage par un petit mouvement rétrograde des boutons, comme on l'a vu plus haut, de manière qu'ils ne soient plus exposés à aucun dérangement et restent immobiles sur leurs coulisses. L'aspect des surfaces, à la fin de cette *première phase* de l'opération, est donnée dans la *fig.* 20 A.

---

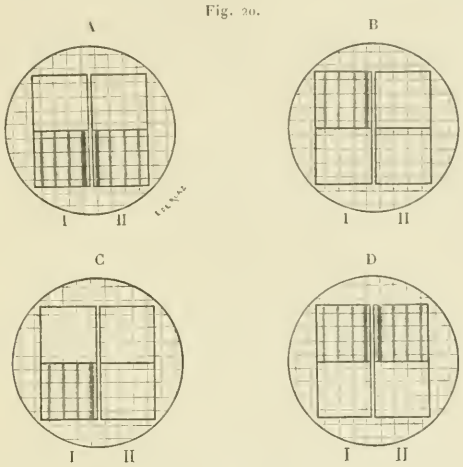
qu'ils sont au commencement d'une comparaison. L'index de l'étalon IX a été retourné en dehors, afin de permettre de placer à sa gauche l'étalon VIII. Dans la *fig.* 11, les deux mêmes étalons sont également représentés, vus de face, mais leurs positions sont échangées. L'étalon IX est en dedans et son index a été retourné en sens inverse, de manière à permettre la comparaison entre cet étalon et le mètre auxiliaire. Dans cette même position, on peut faire la mesure des fractions excédantes à la fois sur les étalons VIII et IX.

[1] L'erreur due à l'inclinaison (qui a été formidablement exagérée sur les figures) est entièrement négligeable, pourvu qu'elle reste la même dans toutes les opérations.

[2] Les autres franges devraient également tomber sur les lignes correspondantes, si les surfaces étaient parfaitement planes. On a trouvé l'erreur provenant de cette cause inférieure à 0,1 frange; mais elle affecterait le résultat d'une manière très appréciable, si le réglage était fait sur deux franges consécutives. Cette remarque s'applique plus spécialement aux comparaisons entre IX et X; car, dans ce cas, cette erreur doit se trouver multipliée par le facteur 10 dans le résultat final.

Deuxième phase. — On recule le plan de référence jusqu'à ce qu'il arrive à coïncider avec la surface supérieure B′ (ou d'arrière) de l'étalon I ; on règle sa position et son inclinaison, de manière que les franges présentent la même

Fig. 20.



apparence que la première fois, et l'on dégage de nouveau les organes de rectification; l'aspect des miroirs est représenté *fig.* 20 B.

Troisième phase. — On recule à son tour l'étalon I jusqu'à ce que sa surface inférieure (d'avant) A′ coïncide de nouveau avec le plan de référence (*fig.* 19 *b*); on règle encore l'inclinaison, et l'on dégage; les surfaces apparaissent à ce moment avec l'aspect représenté *fig.* 20 C.

Quatrième phase. — Enfin, on recule de nouveau le plan de référence jusqu'à ce qu'il coïncide avec la surface supérieure (d'arrière) B′ de l'étalon I, et de nouveau on règle son inclinaison. Si l'on suppose que l'étalon II ait exactement le double de la longueur de l'étalon I, les franges apparaîtront, en lumière blanche, à la fois sur les deux surfaces supérieures (d'arrière), comme on le voit sur la *fig.* 20 D.

C'est en effet ce qui arrive ordinairement, avec un écart d'une ou deux franges dans les positions des franges achromatiques, à droite et à gauche, par rapport à leurs lignes de repère respectives. Cet écart est mesuré alors, en comptant le nombre de franges (en employant la lumière jaune de la soude, si celui-ci dépasse une ou deux franges), et mesurant les fractions au moyen du compensateur.

Cette même mesure, par le compensateur, se fait d'ailleurs à chacune des quatre opérations que l'on vient de décrire. Pour éviter toute méprise quant aux signes des corrections correspondantes, on règle invariablement les inclinaisons des surfaces de manière que le déplacement du plan de référence dans un sens opposé à l'observateur fasse mouvoir les franges vers la droite. Cette condition correspond précisément aux positions respectives des surfaces représentées sur la *fig.* 19.

En désignant par a_1, a_2, a_3, a_4 les quatre lectures faites sur I, par b_1, b_2 les deux lectures faites sur II, et par τ la tare du compensateur pour la lumière jaune, on a pour la somme de toutes les corrections

$$\varepsilon = \frac{(a_1 + a_3) - (a_2 + a_4) - (b_1 - b_2)}{\tau}.$$

Si les lectures du compensateur augmentent quand les franges se déplacent vers la droite, cette correction est positive, et l'on a

$$\mathrm{II} = 2\mathrm{I} + \varepsilon.$$

Les opérations précédentes sont ensuite répétées en ordre inverse, et c'est la moyenne des deux valeurs obtenues que l'on accepte comme représentant le résultat final de l'observation.

Voici, à titre d'exemple, le détail d'une observation de ce genre, avec la disposition qui a été adoptée pour le carnet d'observations.

COMPARAISON DES ÉTALONS I ET II.

22 Octobre 1892. Observateur : M. MICHELSON.

$t = 17,7$
$\tau = 134$

COMPTEURS Gauche.	COMPTEURS Droit.
0,797	0,844
0,992	1,039
1,177	

ÉTALON I. Bas.	ÉTALON I. Haut.	ÉTALON II. Bas.	ÉTALON II. Haut.
Écartant.			
$a_1 = 369$ $a_3 = 242$	$a_2 = 242$ $a_4 = 275$	$b_1 = 151$	$b_2 = 231$
$+ 611$	$+ 517$	$+ 151$	$+ 231$
$+ 94$		$- 80$	
$+ 174$ $+ 1,30$			
Rapprochant.			
$a_3 = 215$ $a_1 = 429$	$a_4 = 220$ $a_2 = 252$	$b_1 = 227$	$b_2 = 240$
$+ 644$	$+ 472$	$- 227$	$+ 240$
$+ 172$		$- 13$	
$+ 185$ $- 1,38$			

RÉSULTAT MOYEN :

$II = 2I + 1,34$

Sur la gauche on a inscrit :

1° La température t (mesurée à titre de renseignement);

2° La tare τ (nombre de divisions du compensateur correspondant au déplacement d'une frange entière, en lumière jaune de la soude);

3° Les lectures des compteurs de tours des vis V_1, V_2, correspondantes aux positions successives des deux chariots dans lesquelles on a les franges en lumière blanche. Ces lectures, une fois déterminées par une expérience préliminaire, permettent de trouver les franges facilement et sans perte de temps inutile;

4° Le résultat moyen, dans lequel le nombre 1,34 représente des franges (ou des demi-longueurs d'onde) en lumière jaune ($\lambda = 0^{\mu},5892$).

La partie droite du Tableau donne les lectures successives du compensateur, et le calcul, conformément à la formule donnée ci-dessus.

On a fait ainsi cinq doubles comparaisons, semblables à la précédente, pour

chaque couple d'étalons (*voir* Annexe VI). Voici, par exemple, les résultats de ces cinq comparaisons entre les étalons I et II (Observateur : M. Michelson) :

$$\begin{array}{rr} & \mathrm{II} = 2\mathrm{I} - 1,34 \\ & \phantom{\mathrm{II} = 2\mathrm{I}} + 1,21 \\ & \phantom{\mathrm{II} = 2\mathrm{I}} + 1,29 \\ & \phantom{\mathrm{II} = 2\mathrm{I}} + 1,38 \\ & \phantom{\mathrm{II} = 2\mathrm{I}} + 1,28 \\ \hline \text{Moyenne...} & \mathrm{II} = 2\mathrm{I} + 1,30 \end{array}$$

Ces expériences ont donc conduit, en moyenne, à la relation

$$\mathrm{II} = 2\mathrm{I} + 1,30\frac{\lambda}{2}\mu.$$

Si nous doublons les nombres de franges qui représentent la longueur de l'étalon I, ainsi qu'on l'a vu ci-dessus, et si nous ajoutons les corrections équivalentes au nombre précédent pour les quatre couleurs rouge, verte, bleue et violette, nous obtiendrons donc les nombres entiers de franges qui représentent la longueur de l'étalon II, et, en outre, les fractions excédantes avec une certaine approximation.

	Rouge.	Vert.	Bleu.	Violet.
I.....	1212,37	1534,79	1626,18	1668,54
2I.....	2424,74	3069,58	3252,36	3337,08
$+1,30\frac{\lambda}{2}\mu$.....	+1,19	+1,51	+1,60	+1,64
II calculé.....	2425,93	3071,09	3253,96	3338,72

Mesure des fractions. — Une fois l'opération précédente terminée, on règle le plan de référence de façon qu'il soit parallèle aux surfaces des deux étalons, et à une distance telle que les franges circulaires se présentent dans des conditions favorables à une mesure facile et précise de leur phase. Comme le parallélisme des miroirs avant et arrière de chaque étalon n'est pas rigoureusement parfait (bien que l'erreur soit très petite), on règle le plan de référence de manière qu'il bissecte le petit angle qu'elles font entre elles. On y parvient en faisant mouvoir de haut en bas et de droite à gauche l'*appareil de déplacement* (p. 33), jusqu'à ce que la dilatation ou la contraction des anneaux qui en résulte soit la même pour les deux surfaces. Le défaut de parallélisme maximum qui ait été observé de cette manière correspondait à un changement de phase d'environ 0,1 frange; le plus souvent, ce défaut était considérablement plus petit.

Pour les étalons les plus courts, I, II, III, IV, on a trouvé qu'il était avantageux de placer le plan de référence soit en avant, soit en arrière *des deux* mi-

roirs : si on l'eût placé entre eux, les anneaux auraient été trop larges pour être commodément observés. Dans ces conditions, les anneaux sont nécessairement plus grands sur le miroir le plus rapproché; mais on peut rendre la différence entre les deux systèmes aussi petite qu'on la désire, en augmentant suffisamment la distance du plan de référence.

Tout mouvement du plan de référence ou du compensateur a, dans ce cas, le même effet sur les franges des deux surfaces, inférieure et supérieure; on règle donc le plan de référence jusqu'à ce que le déplacement du faisceau lumineux de droite à gauche ou de haut en bas produise des variations *égales* et *de sens inverses* dans les phases observées sur les deux surfaces.

On note la température et la pression (qui doivent être à peu près constantes), et l'on commence alors la mesure de la fraction de frange dont la longueur de l'étalon II excède un nombre entier de franges. Dans ces mesures, les rapports des valeurs obtenues pour les trois radiations employées ([1]) sont plus importants à obtenir exactement que ces valeurs absolues elles-mêmes; en conséquence, on commençait par faire les mesures sur le miroir supérieur, avec les trois couleurs successivement, dans des conditions identiques; puis on faisait la même opération sur le miroir inférieur. La mesure consiste à produire, au moyen du compensateur, un minimum d'intensité au centre du système d'anneaux, et à inscrire la lecture correspondante du cercle divisé S (*fig.* 12). La différence entre les lectures correspondant aux surfaces supérieure et inférieure, divisée par la *tare* du compensateur (nombre de divisions correspondant au passage d'une frange entière), est la fraction cherchée.

L'observation suivante, reproduite ici *in extenso*, à titre d'exemple, montre les résultats d'une série de cinq mesures semblables des fractions excédantes sur les étalons I et II. Dans quelques-unes des premières observations, on a fait les mesures alternativement sur les deux étalons, afin de garantir complètement l'identité des conditions pour l'un et l'autre. On a trouvé ensuite plus commode de faire la série complète des cinq mesures sur chacun des étalons séparément, quitte à introduire après coup la petite correction rendue nécessaire par les changements de température et de pression qui avaient pu se produire.

([1]) On s'était d'abord servi des quatre radiations émises par le spectre du cadmium; on en a vu plus haut, et nous en donnons encore ici des exemples; mais on a reconnu, en arrivant aux grandes différences de marche, que la raie violette n'était ni assez brillante ni assez homogène, et on l'a finalement abandonnée.

Mesure de l'excédent fractionnaire sur les étalons I et II [1].

24 Octobre 1892. Observateur : M. Michelson.

$t = 15,75$. $t = 15,90$.

	Étalon I.					Étalon II.			
	Rouge.	Vert.	Bleu.	Violet.		Rouge.	Vert.	Bleu.	Violet.
Haut.	171	131	117	110	Haut.	282	272	233	233
Bas.	122	163	212	167	Bas.	310	274	243	275
	— 49	— 32	— 95	— 57		— 28	— 2	— 10	— 42
Haut.	168	133	117	107	Haut.	332	322	286	280
Bas.	117	157	209	161	Bas.	207	194	176	205
	+ 51	— 24	— 92	— 54		—125	—128	—110	+ 75
Haut	158	121	107	98	Haut.	187	205	173	168
Bas.	273	162	212	168	Bas.	207	195	170	203
	—115	— 41	—105	— 70		— 20	— 10	— 3	— 35
Haut.	270	203	183	169	Haut.	186	203	173	172
Bas.	203	213	257	208	Bas.	198	184	166	193
	— 67	— 10	— 74	— 39		12	+ 19	+ 7	— 21
Haut.	236	196	181	173	Haut.	183	198	168	161
Bas.	161	200	249	206	Bas.	195	186	168	195
	+ 75	— 4	— 68	— 33		— 12	— 12	0	— 34
Moy.	— 55	— 22	— 87	— 51	Moy.	— 19	— 10	0	— 33
$\frac{\text{Moy.}}{\tau}$	—0,38	—0,19 —0,81	—0,80 +0,20	—0,48 —0,52	$\frac{\text{Moy.}}{\tau}$	—0,13 +0,87	+0,09	0,00	—0,31 —0,69

$t = 15,90$. $t = 16,00$.

Les tares τ étaient :

Rouge.....	146
Vert.....	115
Bleu.....	109
Violet.....	106

[1] Le déplacement possible du compensateur, par la rotation du cercle divisé qui agit sur le ressort, est assez grand pour que l'on puisse, en général, amener au centre, sur chacune des deux surfaces, indifféremment l'une ou l'autre des trois franges consécutives d'ordre n et $n \pm 1$. L'un des cas se ramène immédiatement à l'autre, en ajoutant ou retranchant le nombre de divisions du cercle qui correspond au passage d'une frange entière. C'est ainsi que, dans le Tableau ci-dessus, le résultat -115 équivaut à $(-115 - 146) = +31$; $+128$ équivaut à $(+128 - 115) = +13$. De même, la longueur de l'étalon I est représentée par $(N - 1 - 0,19)$ ou par $(N + 0,81)$ demi-longueurs d'onde de la raie verte du cadmium, etc.

Le Tableau qui suit met en regard les résultats du calcul pour l'étalon II, tel qu'il serait déduit du Tableau de la page 54, et les résultats de l'observation directe (moyennes de trois observations); la troisième colonne contient les différences. Celles-ci comprennent, en outre des erreurs inévitables d'observation, toutes les erreurs provenant d'un ajustement imparfait, des différences de température et de pression, et d'un certain nombre d'autres causes perturbatrices.

Comme les *valeurs absolues* des fractions n'ont pas ici d'importance, on peut rendre la concordance des résultats calculés et observés plus apparente, en ajoutant à chacun des résultats calculés une fraction telle qu'elle rende minima les valeurs numériques des écarts. Cette correction (qui est inversement proportionnelle à la longueur d'onde) est donnée dans la quatrième colonne. La cinquième colonne renferme les erreurs résiduelles des observations, qui, comme on peut le voir (dans ce cas aussi bien que dans toutes les comparaisons ultérieures), n'excèdent pas quelques centièmes de frange. Si, au contraire, on prenait *tout autre nombre entier*, au lieu de celui qui a été fourni par le calcul (pour les ondes rouges, par exemple), et qu'on calculât les nombres pour les autres couleurs, en partant de celui-là, d'après les rapports nouveaux et plus précis des longueurs d'ondes fournis par les mesures sur l'étalon précédent (étalon I dans le cas actuel), alors on ne trouverait aucune relation entre les valeurs observées et calculées, et les erreurs de la cinquième colonne seraient au moins de l'ordre de 0,2 onde [1].

	Calculé.	Observé. (Michelson).	Obs.-Calc.	Correct.	Δ.
Rouge...	2425,93	92	— 0,01	— 0,03	— 0,04
Vert....	3071,09	14	+ 0,05	— 0,04	— 0,01
Bleu....	3253,96	1,06	— 0,10	— 0,04	— 0,06
Violet...	3338,72	75	+ 0,03	— 0,04	— 0,01

Les comparaisons des étalons I et II étant finies, on enlève le premier; on place le second sur le chariot mobile, et l'on place l'étalon III, à côté de lui, sur

(1) Bien que la concordance des résultats obtenus pour les différentes couleurs soit, par elle-même, suffisante pour fixer *les nombres entiers* sans erreur possible, il y a pourtant avantage à obtenir ces mêmes nombres, indépendamment, par les comparaisons entre les étalons. Il en résulte, en outre d'un contrôle utile, une abréviation du temps nécessaire pour les calculs. Dans mes expériences préliminaires, faites en collaboration avec le Professeur Morley, ces deux sortes d'opérations se faisaient séparément; la mesure des fractions était faite au moyen d'un petit réfractomètre strictement assez grand pour contenir l'étalon; les comparaisons seules étaient exécutées sur le grand comparateur. Cette méthode présente quelques avantages, dont le principal est que, pour les mesures absolues, dans lesquelles la température est un des éléments essentiels, celle-ci peut être conservée constante avec moins de difficulté, et mesurée avec plus d'exactitude. Mais, par contre, cette méthode oblige à manier et déplacer les étalons entre les comparaisons et la mesure des fractions, et expose facilement à déranger les surfaces pendant ces manipulations et transports.

la tablette fixe. On répète alors, en suivant exactement la même marche, sur les étalons II et III, les opérations de comparaison et de mesure des excédents fractionnaires; et ainsi de suite pour toute la série des étalons.

On doit observer que les fractions sont mesurées, sur chaque étalon, dans deux séries de mesures complètement indépendantes, dans chacune desquelles est utilisée une partie différente du plan de référence. Les chances d'erreurs dues à des imperfections de surface de celui-ci se trouvent ainsi éliminées.

Lorsqu'on arrive à mesurer les fractions sur les étalons les plus longs, le plan de référence doit être placé à peu près au milieu de la distance des deux surfaces. Dans cette position, tout mouvement du compensateur produit des effets opposés sur les franges circulaires en haut et en bas; par conséquent, dans l'ajustement du parallélisme, le plan de référence doit être réglé de telle manière qu'un mouvement de l'*appareil de déplacement* produise *le même effet* sur les deux systèmes de frange. Dans cette condition, la mesure des fractions excédantes se fait exactement comme ci-dessus. Seulement, tandis que, dans les mesures précédentes, il est sans importance de choisir une phase ou une autre, pourvu que l'on conserve *la même* pour les deux surfaces, ici, au contraire, il est indispensable de choisir la phase telle que le centre des anneaux soit exactement, ou un maximum, ou un minimum d'intensité. Par exemple, si ε représente la phase choisie, et n_1 et n_2 les nombres d'ondes compris respectivement entre le plan de référence et les surfaces supérieure et inférieure, le nombre d'ondes compris dans la longueur de l'étalon sera, dans le premier cas,

$$(n_1 + \varepsilon) - (n_2 + \varepsilon) = n_1 - n_2$$

et, dans le second,

$$(n_1 + \varepsilon) - (n_2 - \varepsilon) = n_1 - n_2 + 2\varepsilon.$$

Il est donc important d'avoir exactement $\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon = \frac{1}{2}$; la première valeur est préférable, parce qu'on peut apprécier le minimum avec plus d'exactitude.

Il y aurait évidemment avantage à éliminer ε, en employant, autant que cela est possible, la première méthode. Toutefois cet avantage serait peut-être plus que compensé par la différence qui existe alors dans les grandeurs des anneaux des deux surfaces, différence qui rend plus difficile la reproduction exacte de la même phase pour les deux systèmes. En tout cas, la position intermédiaire du plan de référence est obligatoire pour l'étalon de 1 décimètre; car, dans l'autre position, la différence de marche totale dépasserait 20 centimètres, et à cette

distance les franges de la lumière bleue sont tout à fait invisibles, et celles des lumières rouge et verte extrêmement faibles.

Pour varier autant que possible les conditions, on déplaçait fréquemment le plan de référence, et l'on réglait de nouveau le parallélisme, pendant la durée d'une série d'observations. On doit aussi remarquer en passant que, dans les comparaisons entre les étalons VII et VIII, le plan de référence était placé entre les deux surfaces de VIII, tandis que, dans les comparaisons entre VIII et IX, il était en avant des deux surfaces de VIII. Les résultats des deux séries d'observations ont toujours été en parfaite concordance, avec une seule exception cependant, portant sur les résultats obtenus avec la lumière bleue.

Cette exception ne présente pas d'autre importance que de priver, pour ce cas particulier, du contrôle par la lumière bleue des résultats obtenus avec les radiations rouge et verte. Mais, à un point de vue théorique, elle offre un intérêt considérable. Une exception semblable serait impossible si la radiation était absolument homogène; et, en tout cas, on pourrait s'attendre à ne lui voir prendre une valeur appréciable que lorsque la différence de marche est assez grande pour que les franges deviennent indistinctes [1].

Mesure absolue des fractions sur l'étalon IX. — La mesure des excédents fractionnaires sur l'étalon IX constitue la plus importante et la plus délicate des opérations de tout le travail. Avec cette différence de marche (10^{cm}), les franges sont plus petites qu'avec les étalons plus courts, et moins distinctes, surtout pour la radiation bleue. En outre, l'effet des variations de la température et de la pression, qui va en croissant avec la longueur de l'étalon, devient très important; et, comme il s'agit ici d'une mesure, non plus relative, mais absolue, ces éléments doivent être déterminés avec beaucoup de soin. Le nombre d'ondes contenu dans la double distance des surfaces étant de l'ordre de 400000, une variation de 0,01 degré correspond à une différence de 0,05 onde, quantité facilement appréciable. L'observation du thermomètre doit donc comporter ce degré de précision, et les variations de température doivent être assez lentes pour permettre d'assurer que sa lecture (corrigée) représente réellement la vraie température de l'étalon placé à côté de lui.

Ces conditions ont été convenablement satisfaites. L'instrument, entouré, comme on l'a dit plus haut (p. 29), d'une triple enveloppe, était bien protégé contre les changements brusques, et la température de la salle était maintenue invariable, dans un intervalle d'un demi-degré à peu près, au moyen d'un poêle à gaz gouverné par un régulateur automatique, et qui restait allumé nuit et

[1] *Voir* Annexe IV.

jour. La diminution de la pression du gaz dans les conduites, vers le milieu de la nuit, ajoutée à l'accroissement des pertes par rayonnement, dépassait assez fréquemment les limites de fonctionnement du régulateur, en sorte que la température n'avait pas toujours atteint son équilibre dès les premières heures de la matinée. Mais les observations étaient rarement commencées avant midi; les indications des thermomètres, dont l'un (n° 4411) avait son réservoir placé aussi près que possible de l'étalon à l'étude, ne variaient plus alors que de quelques centièmes de degré par heure. La plus grande partie de cette petite variation était attribuable à la présence de l'observateur; toutefois, il est arrivé d'obtenir des observations faites à température rigoureusement constante, et même quelquefois à température descendante; et il ne paraît point qu'il y ait de discordance systématique entre les résultats de ces mesures et de celles qui étaient faites, comme c'était le cas le plus général, avec une température lentement ascendante. On peut donc conclure que, très généralement, ces changements de température étaient suivis par l'étalon lui-même. Néanmoins, il aurait été plus satisfaisant de les éviter par les précautions indiquées plus haut [1].

La pression atmosphérique était observée au moyen d'un baromètre Fuess, système Wild, placé dans la salle, avec une approximation de $\frac{1}{20}$ de millimètre environ. Comme la variation de densité de l'air due à un changement de pression de 1^{mm} correspond sensiblement au passage de 0,11 frange (en lumière rouge), on voit que ce degré d'approximation était plus que suffisant. Quant à l'effet des changements de pression sur la longueur de l'étalon, on peut reconnaître aisément qu'il est entièrement négligeable.

La variation de l'indice de réfraction de l'air par la présence de la vapeur d'eau, en quantité plus ou moins grande, est de même assez faible pour être complètement négligeable, même quand l'air est saturé aux températures ordinaires.

On a fait beaucoup plus d'observations sur l'étalon IX que sur les autres. De plus, comme, pour ce dernier, ce sont les valeurs absolues qu'il importe d'obtenir exactement plutôt que des valeurs relatives, on a, dans les mesures des fractions, modifié un peu l'ordre des observations : on achevait la mesure de la phase au moyen du compensateur, pour l'une des radiations, sur les deux surfaces, avant de passer à la radiation suivante. On court la chance, avec cette

---

[1] On pourrait supprimer toute incertitude dans la mesure de la température de l'étalon, en plaçant le réservoir du thermomètre dans son intérieur même. Cela pourrait se faire sans grandes difficultés. Le réservoir du thermomètre pourrait être fait un peu grand, et sa tige courte; on opérerait aux températures comprises dans la petite étendue de son échelle. Le thermomètre formerait ainsi une partie permanente de l'étalon.

manière d'opérer, que les portions utilisées des surfaces de l'étalon se trouvent être un peu différentes pour chacune des trois radiations; si l'inclinaison des deux surfaces l'une par rapport à l'autre est sensible, la concordance des résultats observés et calculés devient alors forcément moins parfaite. Dans la pratique, cependant, on n'a pas vu qu'il en fût ainsi, ce qui permet de conclure que, dans le plus grand nombre des observations effectuées, cette cause d'incertitude n'est point intervenue.

On doit mentionner encore que, tandis que, dans les mesures précédentes, l'ajustement du parallélisme des surfaces, après avoir été fait très soigneusement, était conservé pour toutes les mesures aussi longtemps qu'il paraissait satisfaisant, dans les mesures de l'étalon IX, au contraire, on modifiait fréquemment et ajustait de nouveau avec le plus grand soin la position et l'inclinaison du plan de référence, afin d'éliminer les erreurs systématiques [1].

Voici, à titre d'exemple, le détail d'une observation de ce genre. La disposition de ce Tableau ne diffère du reste en rien de celle du Tableau de la page 56. En tête, on a indiqué, en outre de la lecture H du baromètre, la pression *m* indiquée par un petit manomètre à eau qui donnait la pression du gaz d'éclairage alimentant le brûleur qui chauffait le tube à cadmium; et l'intensité I du courant primaire dans la bobine d'induction.

[1] L'étalon IX porte un index auquel est fixée la *mouche* de nickel sur laquelle est tracé le trait nécessaire pour les comparaisons de cet étalon IX avec le mètre X. Dans les comparaisons entre VIII et IX, les positions relatives des deux étalons l'un à côté de l'autre obligent à tourner cet index, qui est articulé dans une monture sur le corps de l'étalon, du côté droit; ces comparaisons faites, IX prend la place de VIII sur le chariot, et l'on retourne l'index du côté gauche. Dans la première série des déterminations, on n'avait pas apporté une attention suffisante à la disposition de cet index, qui était ajusté si exactement dans sa monture que, lorsqu'on a procédé au retournement d'un côté à l'autre, il s'est produit une altération sensible à la fois dans le parallélisme et dans la distance des surfaces. Il est résulté de cette circonstance que les observations faites sur l'étalon IX antérieurement à ce moment ont été perdues, en ce qui concerne la valeur absolue de cet étalon; mais la concordance des résultats obtenus, dans ces mêmes observations, avec les trois radiations, n'en a pas moins servi à vérifier les nombres entiers de longueurs d'onde (*voir* Annexe VI).

MESURE DE L'EXCÉDENT FRACTIONNAIRE SUR L'ÉTALON IX.

10 Janvier 1893, $2^h 45^m$. Observateur : M. MICHELSON.

$H = 755^{mm},25$ à $17^\circ,0$.
$m = 10^{mm}$.
$I = 2^{amp},2$.

		ROUGE.	VERT.	BLEU.
$t = 15,325$.	Haut.	222	121	102
	Bas.	144	94	66
		+ 78	+ 27	+ 36
	Haut.	166	194	167
	Bas.	183	137	110
		− 17	+ 57	+ 57
	Haut.	79	120	103
	Bas.	142	94	71
		− 63	+ 26	+ 32
	Haut.	145	173	145
	Bas.	157	107	85
		− 12	+ 66	+ 60
	Haut.	128	166	134
	Bas.	172	120	98
$t = 15,335$.		− 44	+ 46	+ 36
	Moy.	− 96	+ 44	+ 44
	$\frac{\text{Moy.}}{\tau}$	+0,72	+0,42	+0,44

Les tares étaient :

Rouge.....	134
Vert.....	106
Bleu.....	100

Comparaison de l'étalon IX avec le mètre X. — Cette opération est, dans son essence, la même que la comparaison entre deux étalons quelconques, tels que VIII et IX, avec deux différences toutefois : 1° que le commencement et la fin de l'opération se font, — c'est-à-dire que les limites du déplacement total accompli par l'étalon IX se déterminent, — au moyen de microscopes à micromètre, et non plus par des franges d'interférence ; et 2° qu'il faut dix déplacements successifs de l'étalon, au lieu de deux.

L'étalon IX est placé sur le chariot mobile, l'index qui porte la mouche tracée

étant tourné vers la gauche ; il est ajusté alors de telle façon que ses surfaces soient normales à la direction de la coulisse. Le mètre auxiliaire ou étalon X est mis en place et réglé, en direction et en hauteur, comme il a été indiqué plus haut. On vérifie la régularité de l'éclairage, et on laisse ensuite reposer l'appareil jusqu'à ce que les quatre thermomètres placés sur la règle X donnent des indications à peu près invariables. A ce moment, on achève le réglage en déplaçant l'étalon IX de manière à amener son trait de repère en face du trait correspondant (le plus voisin de l'observateur) de la règle X (¹).

On amène alors le plan de référence en coïncidence avec la surface supérieure de IX, et l'on règle sa position et son inclinaison de manière à donner aux franges, dans la lumière blanche, la forme et l'aspect représentés dans la *fig.* 20 B (p. 51), avec cette différence que, dans le cas actuel, on fait coïncider la frange achromatique centrale avec le trait moyen du quadrillage. On lit les quatre thermomètres, puis les deux microscopes : le premier (le plus rapproché de l'observateur) fournit deux lectures, l'une sur le trait de la règle X, l'autre sur le trait de l'étalon IX ; le second (le plus éloigné) fournit une lecture, sur le second trait de la règle, lecture destinée seulement à vérifier, à la fin de l'opération, qu'il ne s'est produit aucun déplacement de celle-ci pendant la durée des observations.

On déplace alors l'étalon IX, en faisant tourner la vis V_2 de cinquante tours, sensiblement de 100 millimètres, ce qui représente presque exactement la longueur de cet étalon. La valeur exacte de ce déplacement, et, par conséquent, la lecture du compteur de tours correspondant à la position à atteindre est déjà connue par les expériences antérieures. On se place donc, par ce mouvement rapide, à un centième de tour environ en avant de cette position, qu'on atteint ensuite en agissant sur la vis k à mouvement lent ; en général, on voit apparaître les franges cherchées en moins d'une minute (²). On règle ces franges, qui apparaissent alors sur la surface inférieure de l'étalon IX, de telle façon qu'elles offrent encore l'aspect représenté par la *fig.* 20 C, sauf que, comme tout à l'heure, la frange achromatique centrale est amenée en coïncidence avec le trait de repère moyen.

(¹) Les expériences préliminaires ayant montré que la longueur du mètre X était à peu près $10\,\mathrm{IX} + 27^{\mu}$, on partageait cette différence de 27^{μ} entre les deux microscopes, de telle sorte que les intervalles à mesurer par chacun des micromètres (dont la division équivaut sensiblement à $1^{\mu},0$) étaient de 13,5 divisions environ à chacune des deux extrémités.

(²) Il est arrivé quelquefois que de petites irrégularités dans le jeu de quelque partie des mécanismes ont laissé quelque incertitude sur ce centième de tour ; dans ce cas, on avait recours à la flamme jaune du sodium, qui permettait toujours de retrouver les franges sans difficulté. Cela toutefois ne s'est produit qu'assez rarement, et pourrait être évité complètement par un ajustement plus parfait de quelques organes mécaniques ; il semble même que ceux-ci pourraient être assez perfectionnés pour permettre d'obtenir immédiatement les franges en amenant le compteur à la lecture voulue, ce qui ferait disparaître les pertes de temps nécessaires pour les chercher.

On recommence dix fois cette même série d'opérations, en prenant soin, bien entendu, de libérer les chariots, à chaque pas, de tous les organes de déplacement et de rectification, avant de procéder à aucune mesure.

Au milieu de l'opération, c'est-à-dire au cinquième déplacement, on lit de nouveau les thermomètres, et on les lit encore une fois en terminant. A ce moment, on fait, au micromètre, les deux pointés correspondant respectivement aux deux traits des étalons IX et X, qui se trouvent alors à peu près en coïncidence sous le microscope le plus éloigné; et l'on ajoute encore, comme contrôle de l'immobilité de la règle pendant la série, le pointé, au microscope le plus rapproché, du premier trait de celle-ci.

La première moitié de la mesure est alors terminée. La seconde moitié consiste à répéter toute cette série d'opérations en marchant en sens inverse, c'est-à-dire en commençant par l'extrémité de la règle la plus éloignée.

L'ensemble de ces opérations exigeait ordinairement près de deux heures: quelquefois cependant on a pu réduire cette durée à une heure environ. Pendant ce temps, la température variait de 0,05 à 0,10 degré. Habituellement, cette variation pouvait être mise sur le compte de l'influence de la chaleur dégagée par l'observateur lui-même; on pourrait sans doute la réduire, en ayant recours aux précautions qui ont été indiquées plus haut. Mais l'influence de ces variations est, dans l'expérience actuelle, beaucoup moins importante que lorsqu'il s'agit des mesures absolues, pourvu cependant qu'elles se fassent avec assez de lenteur.

D'ordinaire, on observait aussi une différence de 0,04 à 0,05 degré dans la température des deux extrémités de la règle; on peut admettre toutefois que, le déplacement de l'étalon IX d'une extrémité à l'autre de cette règle exigeant au moins une demi-heure, la petite différence de température qui peut exister entre les deux, à chaque pas successif, a le temps de disparaître. En outre, les légères erreurs qui peuvent encore être dues à cette cause et à diverses autres (par exemple à une erreur systématique dans le pointé des franges) s'éliminent dans la deuxième moitié de la mesure, dans laquelle toutes les opérations sont refaites en ordre inverse. Pour plus de sécurité, on a fait un certain nombre d'observations, en faisant d'abord la série commençant par l'extrémité la plus éloignée de la règle.

Les résultats paraissent indiquer une différence systématique d'environ 0,5 micron entre la première et la deuxième moitié de la plupart des expériences; toutefois on n'a pu découvrir aucune relation entre les résultats *moyens* et les marches des températures; il ne paraît pas non plus qu'on puisse attribuer aucune influence à l'extrémité par laquelle on a commencé.

Voici un exemple d'une observation double complète, avec la disposition adoptée pour le carnet d'observations.

COMPARAISON DE L'ÉTALON IX AVEC LE MÈTRE AUXILIAIRE X.

19 Janvier 1893. Observateur : M. MICHELSON.

Écartant. $\tau = 126$

Th. 4254 Th. 4257	Th. 4411 Th. 4255	MICROSCOPE GAUCHE.	MICROSCOPE DROIT.
13,285 13,24	13,30 13,28	X $20^t.24^d,9$	X $18^t.14^d,6$ IX $18^t.28^d,0$ } $13^d,4$ $= 13^\mu,30$

COMPTEURS gauche.	COMPTEURS droit.	COMPENSATEUR bas (a).	COMPENSATEUR haut (b).
^{t} 50,215	^{t} 0,361		
100,246	50,392	98	92
150,274	100,412	150	171
200,290	150,440	127	119
250,319	200,416	102	108
300,339	250,485	81	18
350,354	300,498	200	200
400,379	350,529	140	260
450,412	400,554	223	181
500,453	450,581	84	113
	500,616	85	83
		1290	1345

$$-55 = -0,44\,\frac{\lambda}{2}$$
$$= -0^\mu,13$$

		MICROSCOPE GAUCHE.	MICROSCOPE DROIT.
13,275 13,22	13,305 13,275	X $20^t.25^d,0$ IX $20^t.39^d,4$ } $-14^d,4$ $= -14^\mu,22$	X $18^t.14^d,6$

$$X = 10IX - 0^\mu,13 + 27^\mu,52 = 10IX + 27^\mu,39 \quad (13^\circ,342).$$

COMPARAISON DE L'ÉTALON IX AVEC LE MÈTRE AUXILIAIRE X (*suite*).

19 Janvier 1893. Observateur : M. MICHELSON.

Rapprochant. $\tau = 126$

Th. 4254 Th. 4257	Th. 4411 Th. 4255	MICROSCOPE GAUCHE.	MICROSCOPE DROIT.
13,275 13,22	13,305 13,275	X $20^t.24^d,9$ IX $20^t.39^d,6$ } $+14^d,7$ $= +14^\mu,52$	X $18^t.14^d,6$

COMPTEURS		COMPENSATEUR	
gauche.	droit.	bas (a).	haut (b).
^{t}	^{t}		
500,453	500,616	128	
450,412	450,581	47	98
400,379	400,554	70	44
350,354	350,529	25	37
300,339	300,498	58 (—1)	35
250,319	250,480	53	8
200,290	200,411	42	8
150,274	150,435	43	238
100,246	100,407	53	37
50,215	50,387	127 (—1)	103
	0,356		99
		394	707
		$-313 = -2,48\,\frac{\lambda}{2}$ $= -0^\mu,72$	

MICROSCOPE GAUCHE.	MICROSCOPE DROIT.
X $20^t.24^d,8$	X $18^t.14^d,7$ IX $18^t.27^d,8$ } $+13^d,1$ $= +13^\mu,00$
13,28 13,215 — 13,325 13,285	

$$X = 10IX - 0^\mu,72 + 27^\mu,52 = 10IX + 26^\mu,80 \quad (13^m,344).$$

Résultat moyen : **X = 10IX + 27$^\mu$,09** (13^m,343).

La colonne à gauche de ces Tableaux contient les lectures faites sur les 4 thermomètres placés sur la règle, au commencement, au milieu et à la fin de la mesure. Ces thermomètres sont indiqués sur le Tableau précisément dans les positions respectives suivant lesquelles ils se présentent par rapport à l'observateur, placé sur le côté de l'appareil pour faire ces lectures. En haut et en bas, sont les lectures des micromètres, au-dessous desquelles on a inscrit les valeurs des intervalles mesurés, après avoir appliqué les corrections des vis micrométriques. Dans le milieu de chaque Tableau se trouvent : à gauche les lectures des compteurs, espacées de 50 en 50 tours, et correspondant aux positions successives des chariots, alternativement déplacés, pour lesquelles il y a coïncidence des surfaces; et à droite les lectures du cercle divisé du compensateur qui, dans chacune de ces positions, amènent la coïncidence exacte de la frange achromatique avec le trait de repère [1]. Si l'on désigne par $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ les lectures *en bas*, c'est-à-dire correspondantes à la surface *antérieure* de l'étalon, et $b_1, b_2, \ldots, b_{10}$ les lectures *en haut*, c'est-à-dire correspondantes à la surface *postérieure*, et si l'on appelle Δ la somme des deux intervalles mesurés au micromètre au commencement et à la fin de l'opération [2], τ étant la tare du compensateur en lumière jaune, il est facile de voir que l'on a

$$X = 10\,IX - \frac{1}{\tau}(\Sigma a - \Sigma b)\frac{\lambda}{2} + \Delta.$$

Dans ces comparaisons, on établit toujours la coïncidence des franges avec le trait de repère, de préférence dans le voisinage de la ligne de séparation des surfaces supérieure et inférieure, en sorte que ce sont toujours les parties des deux miroirs les plus rapprochées l'une de l'autre qui interviennent; dans la mesure des fractions excédantes sur l'étalon IX, ce sont, au contraire, les parties cen-

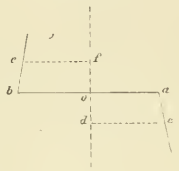
---

[1] L'indication (— 1), qui accompagne quelques-unes des lectures du compensateur signifie que la coïncidence avec le repère a été établie, non sur la frange achromatique, mais sur celle qui la précède immédiatement. L'emploi de cette frange voisine est quelquefois commode pour gagner du temps, en évitant de revenir en arrière, quand on a un peu trop dépassé la position cherchée dans la marche du chariot; il équivaut à une diminution de τ divisions dans la lecture correspondante du compensateur.

[2] Le micromètre à droite a la tête de sa vis tournée du côté droit; les lectures *croissent* de gauche à droite; ainsi, par suite du renversement de l'image, la lecture *augmente* lorsque le trait pointé se déplace vers la *gauche*, c'est-à-dire vers le milieu de l'appareil. La tête du micromètre à gauche a été au contraire tournée, pour la commodité de certaines manipulations accessoires, du côté gauche, contrairement à la disposition généralement adoptée dans les comparateurs. Les lectures y croissent donc de droite à gauche, et *augmentent* lorsque le trait pointé se déplace vers la *droite*, c'est-à-dire encore vers le milieu de l'appareil. Ainsi la position du trait de l'étalon IX par rapport à la longueur de la règle X est donnée, avec son vrai signe, à chacune des deux extrémités, par la différence des pointés — (IX — X). Inversement l'excès de la longueur de la règle sur le chemin total parcouru par le trait de l'étalon IX, dans ses dix déplacements successifs, est la somme des deux différences (IX — X).

trales des surfaces que l'on emploie [1]. L'erreur qui peut provenir de cette manière différente d'opérer dans l'un et l'autre cas s'élimine en bissectant aussi exactement que possible, par le plan de référence, le petit angle que peuvent faire entre elles les deux surfaces. On voit sur la *fig.* 21 que, si les inclinaisons

Fig. 21.



des surfaces *ac* et *be* sur le plan de référence *fd* sont égales et inverses, on a

$$cd + ef = ab.$$

Le premier membre de cette égalité est la quantité que l'on mesure dans la détermination de l'excédent fractionnaire sur l'étalon IX; le second membre correspond, à très peu près, à la distance qui intervient dans les comparaisons de IX avec X.

Comme la frange centrale est placée sur la ligne moyenne de chaque surface, la composante horizontale de l'angle existant entre les deux surfaces n'introduit aucune erreur de cette espèce. Mais comme, d'autre part, le point par lequel se fait la comparaison avec le mètre (c'est-à-dire le trait de la mouche) n'est point sur cette ligne moyenne, mais bien à l'extrémité de l'index, c'est-à-dire à une distance de 3^{cm}, il peut en résulter une autre erreur.

Si le défaut de parallélisme dans le sens horizontal correspond à une variation de phase de 0,1 frange sur 2^{cm}, c'est-à-dire sur la largeur de chacune des deux surfaces, l'erreur provenant de cette cause dans la comparaison de IX avec X sera

$$10 \times 0,1 \times \frac{\lambda}{2} \times \frac{3}{2} = 0^{\mu},5$$

très approximativement. C'est déjà une quantité beaucoup trop grande pour que

[1] La lunette d'observation a une ouverture d'environ 13^{mm}, de sorte que c'est, en réalité, toute l'étendue correspondante de la surface des miroirs qui intervient; mais le résultat est identique avec celui que l'on obtiendrait par la partie centrale seule, si cette surface est plane.

l'on puisse la négliger; c'est pourquoi on a soigneusement mesuré l'angle des deux surfaces et appliqué la correction correspondante [1].

La comparaison de l'étalon IX avec le mètre X a été répétée 5 fois; l'écart moyen des résultats par rapport à la moyenne générale a été de $0^{\mu},13$.

On a ensuite mesuré de nouveau les excédents fractionnaires sur l'étalon IX, et l'on a accepté le résultat moyen de cette mesure et de la précédente comme résultat final; on a ainsi éliminé autant que possible l'effet d'un changement graduel, qui aurait pu se produire dans la longueur de l'étalon IX, dans l'intervalle de temps (de dix jours environ) qui a été occupé par les comparaisons.

L'opération finale est la détermination du mètre auxiliaire X en fonction du Mètre Prototype du Bureau international. Cette détermination a été faite par MM. Benoît et Guillaume. Les détails et les résultats de ces mesures sont donnés ci-après dans l'Annexe I. Elles ont conduit finalement à la valeur suivante :

$$X_{(15^\circ)} = 1^{m} + 175^{\mu},27.$$

Une fois ces comparaisons terminées, on a repris toutes les opérations qui viennent d'être décrites, en ordre inverse, en finissant par le compte du nombre de longueurs d'ondes contenues dans la longueur de l'étalon I.

Ainsi, l'exécution entière du travail peut être résumée de la manière suivante :

1. Compte du nombre de longueurs d'ondes dans l'étalon I.
2. Comparaisons des étalons I à IX inclusivement, et rectification de leurs excédents fractionnaires.
3. Mesure absolue des excédents fractionnaires sur l'étalon IX.
4. Comparaisons entre l'étalon IX et le mètre auxiliaire X.
5. Mesure absolue des excédents fractionnaires sur l'étalon IX.
6. Comparaison du mètre auxiliaire X avec le Mètre Prototype du Bureau international.

[1] Il serait évidemment avantageux, à ce point de vue, de diminuer la longueur de l'index autant que possible, et mieux encore de le supprimer complètement en plaçant le trait de repère sur une mouche de nickel directement fixée sur la face supérieure de l'étalon et ne dépassant son bord que de quelques dixièmes de millimètre. Les mouches de la règle devraient de même déborder ses faces latérales et, par conséquent, être placées hors de son axe; mais on pourrait rétablir la symétrie en disposant une paire de mouches semblables de l'autre côté de la règle. Cet arrangement entraînerait une modification des ressorts de réglage de la surface supérieure de l'étalon, qui, sans cela, rencontreraient, dans le déplacement de celui-ci, la partie inférieure des microscopes.

7. Comparaisons entre l'étalon IX et le mètre auxiliaire X.
8. Mesure absolue des excédents fractionnaires sur l'étalon IX.
9. Comparaisons entre l'étalon IX et le mètre auxiliaire X.
10. Comparaisons des étalons IX à I inclusivement et rectification de leurs excédents fractionnaires.
11. Compte du nombre de longueurs d'ondes dans l'étalon I.

Il convient d'ajouter que les opérations de 1 à 4 ont été faites en double par deux observateurs, MM. Michelson et Benoît. La maladie qui a arrêté ce dernier, à la fin de janvier, l'a empêché de donner à sa détermination la forme symétrique complète qui appartient à ma propre détermination. On a pourtant donné ci-dessous les résultats de cette série, ainsi interrompue avant d'avoir été complètement achevée. On verra que le résultat final concorde de très près avec les autres, ce qui indique que l'étalon IX n'avait pas subi d'altération sensible pendant les comparaisons, désignées ci-dessus par le n° 4, entre cet étalon et le mètre auxiliaire X.

V. — RÉSULTATS.

Résultats des déterminations des étalons I-IX. — Les résultats de toutes ces opérations sont donnés, avec les détails qu'il a paru utile de conserver, à la fin du Mémoire, dans l'Annexe VI. Ils peuvent être résumés, comme on le voit ci-après, dans les trois Tableaux des pages 73-75. Dans ces Tableaux, on a représenté par la notation N_0 les valeurs observées, réduites à 15° de température et à 760^{mm} de pression; par N les valeurs calculées en doublant la longueur du précédent étalon et ajoutant les différences fournies par la comparaison (*Comp.*); par N′ les valeurs de N modifiées par l'addition des quantités correspondantes (*Corr.*) qui rendent les écarts minima.

Il ne sera pas inutile de donner quelques brèves indications sur les éléments de réduction qui ont été employés.

La réduction pour la pression atmosphérique se déduit immédiatement de la loi connue de la variation de l'indice de l'air. Pour réduire le résultat obtenu sous la pression H à ce qu'il eût été, à la même température t, sous la pression de 760^{mm}, la correction à appliquer est

$$c_p = \left[L\frac{n_0 - 1}{n}\frac{1}{760(1+\alpha t)}\right](760 - H) = k(760 - H),$$

où L est la longueur de l'étalon en demi-longueurs d'onde (310700 pour l'étalon IX en lumière rouge du cadmium); n_0 l'indice de l'air à 0° et sous 760^{mm} (1,0002923); n l'indice à t° et sous la pression H (1,0003 avec une approximation suffisante), et α le coefficient de dilatation de l'air (0,00367).

Avec ces données, le calcul conduit, pour le facteur k, aux valeurs suivantes :

Pour $t = 12^\circ - 14^\circ$	...	$k = 0,114$
Pour $t = 15 - 16$	...	$k = 0,113$
Pour $t = 17 - 19$	...	$k = 0,112$

Les corrections pour les autres couleurs et pour les autres étalons se déduisent immédiatement des rapports des longueurs d'onde et des longueurs des étalons.

Les variations de température modifient le phénomène observé en agissant à la fois sur l'indice de l'air et sur la distance des surfaces de l'étalon; les deux effets sont de sens inverses, mais le second considérablement plus fort. On pourrait calculer la correction totale, dans chaque cas, en partant du coefficient de dilatation de l'étalon. Il est plus simple de déduire le facteur de réduction des expériences mêmes, en combinant ensemble, après les avoir réduits à une pression uniforme, les résultats d'observations faites sur un même étalon à des températures différentes, dans un intervalle suffisamment étendu. On trouvera dans l'Annexe VI quelques indications sur les séries faites sur l'étalon IX qui ont été utilisées dans ce but. Elles ont conduit à admettre finalement, comme expression de la correction totale de température, pour l'étalon IX, en franges de la lumière rouge du cadmium [1],

$$c_t = 5,09(15 - t).$$

Il faut remarquer que, comme la moyenne des températures de toutes les observations exécutées sur l'étalon IX, et ayant concouru pour l'établissement du résultat final, est très voisine de la température *ronde* 15°,00 à laquelle ont été faites les réductions, une incertitude même relativement assez grande sur le coefficient numérique de l'équation précédente ne pourrait entraîner qu'une erreur de quelques millièmes de demi-longueur d'onde sur la valeur admise pour l'étalon IX. Un changement de ce coefficient modifierait légèrement le degré de concordance entre elles des diverses observations, sans altérer sensiblement le résultat moyen.

---

[1] En admettant que l'étalon IX possède exactement le même coefficient de dilatation qui a été trouvé par des mesures directes, au comparateur, sur le mètre auxiliaire X, on trouverait pour le coefficient de cette équation la valeur peu différente 5,07.

OBSERVATIONS RÉDUITES A 15° ET A 760mm.

SÉRIE I. Observateur : M. MICHELSON.

	Rouge.	Δ.	Vert.	Δ.	Bleu.	Δ.
I.	1 212,22 (1)					
Corr....	— 0,10					
I'.....	1 212.32 (2)	— 0,02	1 534,75 (2)	+0,01	1 626.17 (2)	—0,02
I_0.....	1 212 34		1 534,76		1 626,15	
$2I_0$.....	2 424.68		3 069,52		3 252,30	
Comp...	— 1,19		— 1,51		+ 1,60	
II.	2 425,87		3 071.03		3 253,90	
Corr.....	+ 0.03		+ 0.03		— 0,03	
II'... ...	2 425.90	— 0,04	3 071,06	0,00	3 253.93	—0,05
II_0.....	2 425.86		3 071,06		3 253,98	
$2II_0$.....	4 851,72		6 142.12		6 507,96	
Comp....	— 0,14		— 0,17		— 0,18	
III.....	4 851,58		6 141,95		6 507,78	
Corr.....	— 0,10		— 0,13		— 0.13	
III'.	4 851,48	—0,01	6 141,82	0,00	6 507,65	— 0,01
III_0.....	4 851.47		6 141,82		6 507,66	
$2III_0$.....	9 702,94		12 283,64		13 015,32	
Comp....	+ 4,27		+ 5,41		+ 5,73	
IV.....	9 707,21		12 289,05		13 021,05	
Corr.....	— 0,50		— 0,63		— 0.67	
IV'.	9 706.71	+0,03	12 288,42	0,02	13 020.38	—0,02
IV_0.....	9 706,74		12 288,40		13 020.36	
$2IV_0$.....	19 413,48		24 576,80		26 040,72	
Comp....	— 1,05		+ 1,33		— 1,41	
V.	19 414,53		24 578,13		26 042,13	
Corr.....	— 0,40		— 0,51		— 0.54	
V'.....	19 414.13	0,00	24 577.62	—0,01	26 041.59	—0,01
V_0.....	19 414,13		24 577,63		26 041,58	
$2V_0$.	38 828,26		49 155,26		52 083,16	
Comp....	— 2,32		+ 2,93		+ 3,11	
VI.....	38 830,58		49 158,19		52 086,27	
Corr.....	— 0,75		— 0,94		— 0,99	
VI'.	38 829.83	—0,02	49 157.25	—0,02	52 085.28	—0,04
VI_0.....	38 829.81		49 157,23		52 085,32	
$2VI_0$.....	77 659,62		98 314,46		104 170,64	
Comp....	+ 9.12		+11,55		+12,24	
VII.	77 668,74		98 326,01		104 182.88	
Corr.....	— 0.01		— 0,02		— 0,02	
VII'.....	77 668,73	+0,05	98 325.99	0,00	104 182,86	—0,06
VII_0.....	77 668,78		98 325,99		104 182,80	
$2VII_0$. ...	155 337,56		196 651,98		208 365,60	
Comp ...	— 1,17		+ 1,48		— 1.57	
VIII.....	155 338,73		196 653,46		208 367,17	
Corr.....	— 0.18		— 0,22		— 0.24	
VIII'.....	155 338.55	+0,10	196 653,24	—0,04	208 366.93	—0,09
VIII_0 (*a*)..	155 338.65		196 653.20		208 366.84	
VIII_0 (*b*)..	155 338,16 (3)		196 652,60		208 366,47	
$2VIII_0$....	310 676,32		393 305,20		416 732,94	
Comp....	+ 2,68		+ 3,39		+ 3,60	
IX.....	310 679,00		393 308,59		416 736.54	
Corr.....	0,52		— 0,66		— 0.70	
IX'.....	310 678.48	0,00	393 307.93	—0,01	416 735.84	+0,02
IX_0.....	310 678,48		393 307,92		416 735,86	

(1) Valeur trouvée par le compte des franges dans l'étalon I.

(2) Valeurs calculées par les rapports des longueurs d'onde (1; 0,7899116; 0,7455046).

(3) L'étalon VIII a été retouché entre ces deux mesures.

Observations réduites a 15° et a 760mm.

SÉRIE II. Observateur : M. Michelson.

	Rouge.	Δ.	Vert.	Δ.	Bleu.	Δ.
I.....	1 212,47 (1)					
Corr.....	— 0,13					
I'.....	**1 212,34** (2)	+0,01	**1 534,78** (2)	0,00	**1 626,20** (2)	—0,02
I_0.....	**1 212,35**		**1 534,78**		**1 626,18**	
$2I_0$.....	2 424,70		3 069,56		3 252,36	
Comp....	+ 1,18		+ 1,49		+ 1,58	
II.....	2 425,88		3 071,05		3 253,94	
Corr.....	+ 0,01		+ 0,01		+ 0,01	
II'.....	**2 425,89**	—0,03	**3 071,06**	0,00	**3 253,95**	+0,03
II_0.....	**2 425,86**		**3 071,06**		**3 253,98**	
$2II_0$.....	4 851,72		6 142,12		6 507,96	
Comp....	— 0,43		— 0,55		— 0,58	
III.....	4 851,29		6 141,57		6 507,38	
Corr.....	+ 0,14		+ 0,18		+ 0,19	
III'.....	**4 851,43**	+0,01	**6 141,75**	—0,01	**6 507,57**	0,00
III_0.....	**4 851,44**		**6 141,74**		**6 507,57**	
$2III_0$.....	9 702,88		12 283,48		13 015,14	
Comp....	+ 4,17		+ 5,28		+ 5,59	
IV.....	9 707,05		12 288,76		13 020,73	
Corr.....	— 0,24		— 0,31		— 0,33	
IV'.....	**9 706,81**	—0,01	**12 288,45**	0,00	**13 020,40**	+0,01
IV_0.....	**9 706,80**		**12 288,45**		**13 020,41**	
$2IV_0$.....	19 413,60		24 576,90		26 040,82	
Comp....	+ 1,18		+ 1,49		+ 1,58	
V.....	19 414,78		24 578,39		26 042,40	
Corr.....	— 0,27		— 0,35		— 0,37	
V'.....	**19 414,51**	—0,03	**24 578,04**	+0,01	**26 042,03**	+0,03
V_0.....	**19 414,48**		**24 578,05**		**26 042,06**	
$2V_0$.....	38 828,96		49 156,10		52 084,12	
Comp....	+ 1,30		+ 1,64		+ 1,74	
VI.....	38 830,26		49 157,74		52 085,86	
Corr.....	— 0,34		— 0,43		— 0,45	
VI'.....	**38 829,92**	0,00	**49 157,31**	+0,01	**52 085,41**	—0,01
VI_0.....	**38 829,92**		**49 157,32**		**52 085,40**	
$2VI_0$.....	77 659,84		98 314,64		104 170,80	
Comp....	+ 9,29		+11,77		+12,47	
VII.....	77 669,13		98 326,41		104 183,27	
Corr.....	— 0,38		— 0,48		— 0,51	
VII'.....	**77 668,75**	+0,01	**98 325,93**	+0,01	**104 182,76**	—0,02
VII_0.....	**77 668,76**		**98 325,94**		**104 182,74**	
$2VII_0$.....	155 337,52		196 651,88		208 365,48	
Comp....	+ 1,04		+ 1,32		+ 1,40	
VIII.....	155 338,56		196 653,20		208 366,88	
Corr.....	— 0,44		— 0,56		— 0,59	
VIII'.....	**155 338,12**	+0,03	**196 652,64**	—0,03	**208 366,29**	0,00
VIII_0 (*a*).	**155 338,15**		**196 652,61**		**208 366,29**	
VIII_0 (*b*).	**155 338,15** (3)		**196 652,61** (3)		**208 366,52** (3)	
$2VIII_0$....	310 676,30		393 305,22		416 733,04	
Comp....	+ 2,35		+ 2,97		+ 3,15	
IX.....	310 678,65		393 308,19		416 736,19	
Corr.....	— 0,05		— 0,07		— 0,07	
IX'.....	**310 678,60**	+0,05	**393 308,12**	—0,02	**416 736,12**	—0,05
IX_0.....	**310 678,65**		**393 308,10**		**416 736,07**	

(1) Valeur trouvée par le compte des franges dans l'étalon I.
(2) Valeurs calculées par les rapports des longueurs d'onde.
(3) Valeurs déduites des précédentes en ajoutant la correction + 0,23 aux radiations bleues.

OBSERVATIONS RÉDUITES A 15° ET A 760mm.

SÉRIE I. Observateur : M. BENOIT.

	ROUGE.	Δ.	VERT.	Δ.	BLEU.	Δ.
I.	1 212,22 (1)					
Corr.....	— 0,07					
I'.....	1 212,29 (2)	— 0,01	1 534,72 (2)	— 0,02	1 626,13 (2)	— 0,02
I_0.	1 212,30		1 534,74		1 626,11	
$2I_0$.	2 424,60		3 069,48		3 252,22	
Comp....	— 0,95		— 1,20		+ 1,28	
II.	2 425,55		3 070,68		3 253,50	
Corr.....	— 0,27		+ 0,35		— 0,37	
II'.....	2 425,82	0,00	3 071,03	— 0,03	3 253,87	— 0,03
II_0.....	2 425,82		3 071,00		3 253,90	
$2II_0$.....	4 851,64		6 142,00		6 507,80	
Comp....	— 0,27		— 0,34		— 0,36	
III.....	4 851,37		6 141,66		6 507,44	
Corr.....	+ 0,07		— 0,09		+ 0,09	
III'.	4 851,44	— 0,02	6 141,75	0,00	6 507,53	+ 0,03
III_0.	4 851,42		6 141,75		6 507,56	
$2III_0$.....	9 702,84		12 283,50		13 015,12	
Comp....	+ 4,14		+ 5,24		+ 5,55	
IV.....	9 706,98		12 288,74		13 020,67	
Corr.....	— 0,25		— 0,32		— 0,34	
IV'.	9 706,73	— 0,01	12 288,42	— 0,03	13 020,33	+ 0,04
IV_0.....	9 706,72		12 288,39		13 020,37	
$2IV_0$... .	19 413,44		24 576,78		26 040,74	
Comp....	+ 0,95		+ 1,20		+ 1,28	
V.....	19 414,39		24 577,98		26 042,02	
Corr.....	— 0,43		— 0,55		— 0,58	
V'.....	19 413,96	— 0,02	24 577,43	— 0,01	26 041,44	— 0,04
V_0.....	19 413,98		24 577,44		26 041,40	
$2V_0$.	38 827,96		49 154,88		52 082,80	
Comp....	+ 2,31		+ 2,92		+ 3,09	
VI.....	38 830,27		49 157,80		52 085,89	
Corr.....	— 0,61		— 0,78		— 0,82	
VI'.	38 829,66	— 0,01	49 157,02	+ 0,01	52 085,07	0,00
VI_0.....	38 829,65		49 157,03		52 085,07	
$2VI_0$.....	77 659,30		98 314,06		104 170,14	
Comp....	+ 9,25		+ 11,71		+ 12,41	
VII.	77 668,55		98 325,77		104 182,55	
Corr.....	— 0,08		+ 0,10		+ 0,11	
VII'.....	77 668,63	+ 0,03	98 325,87	0,00	104 182,66	— 0,04
VII_0. ...	77 668,66		98 325,87		104 182,62	
$2VII_0$. ...	155 337,32		196 651,74		208 365,24	
Comp....	+ 1,19		+ 1,51		+ 1,60	
VIII.....	155 338,51		196 653,25		208 366,84	
Corr.....	— 0,03		— 0,04		— 0,05	
VIII'.....	155 338,48	— 0,09	196 653,21	— 0,08	208 366,79	— 0,04
$VIII_0(a)$..	155 338,57		196 653,13		208 366,75	
$VIII_0(b)$..	155 338,22 (3)		196 652,67 (3)		208 366,56 (3)	
$2VIII_0$....	310 676,44		393 305,34		416 733,12	
Comp....	+ 2,60		+ 3,29		+ 3,49	
IX.....	310 679,04		393 308,63		416 736,61	
Corr... .	— 0,42		— 0,53		— 0,56	
IX'.....	310 678,62	— 0,04	393 308,10	— 0,01	416 736,05	— 0,03
IX_0..... .	310 678,66		393 308,09		416 736,02	

(1) Valeur trouvée par le compte des franges dans l'étalon I.
(2) Valeurs calculées par les rapports des longueurs d'onde.
(3) L'étalon VIII a été retouché entre les deux mesures.

On remarquera que, dans chacune des deux séries, on a inscrit deux valeurs pour l'étalon VIII_0 : la première est celle qui a été obtenue dans les comparaisons de VII avec VIII, le plan de référence étant au milieu; la seconde est celle qui a été obtenue dans les comparaisons de VIII avec IX, le plan de référence étant près d'une extrémité. Les nombres étant ramenés aux mêmes valeurs, dans les deux cas, pour les radiations rouges, ils sont encore identiques pour les radiations vertes; mais ils présentent, ainsi qu'on l'a vu plus haut, une différence d'un quart de frange environ pour les radiations bleues.

Une correction semblable, mais beaucoup plus petite, devrait être faite aussi dans la valeur de VII_0; mais comme cette correction ne peut se déduire avec certitude des observations faites sur l'étalon VIII [1], comme, d'autre part, une série spéciale d'observations faites sur l'étalon VII n'a décelé que des différences extrêmement faibles, sinon tout à fait insensibles, entre la marche de la radiation bleue et celle des autres, lorsqu'on déplace le plan de référence, on a négligé cette correction. La concordance très exacte entre les valeurs observées et calculées de l'étalon VIII indique que, pour l'étalon VII, cette correction serait probablement inférieure à un quart de la valeur qu'elle prend pour l'étalon VIII.

En général, les valeurs observées N_0 et calculées N concordent à moins d'une demi-longueur d'onde près. La différence moyenne pour l'ensemble des trois séries est : obs. — calc. = — 0,20 frange en lumière rouge.

La cause de cette différence systématique doit probablement être cherchée, en partie, dans les écarts de température pouvant exister entre les étalons comparés, dans la manière seulement approximative dont les mesures de ces températures ont été faites pour les déterminations relatives, et dans la négligence des précautions extrêmes contre leurs variations, qui ont été prises au contraire pour les mesures absolues. Une partie de la divergence peut être aussi attribuée aux imperfections des surfaces ou aux défauts de parallélisme, et encore à une appréciation différente de l'ajustement de la phase cherchée sur l'une et l'autre des surfaces inférieure et supérieure.

La moyenne générale, en grandeur absolue, c'est-à-dire sans tenir compte des signes, de toutes les *corrections* est 0,25, toujours en franges de la lumière rouge du cadmium. Si, à ces corrections, on ajoute la quantité constante 0,20, cette moyenne devient 0,20. Les écarts maxima sont +0,47 et —0,55. On peut donc dire que même le procédé, relativement grossier, qui consiste à doubler la longueur d'un étalon et ajouter le résultat de la comparaison entre celui-ci et le suivant, pour obtenir la valeur de ce dernier, ne laisserait déjà subsister

---

[1] *Voir* Annexe IV, p. 161.

aucune incertitude quant aux *nombres entiers* d'ondes cherchés, en aucun point de la série.

Toutefois, le criterium définitif et absolu de l'exactitude des déterminations est fourni par la concordance extrêmement parfaite des résultats obtenus avec les trois radiations. On remarquera que les écarts maxima, dans les valeurs des Δ, sont : 0,10 dans le premier Tableau, 0,05 dans le second, 0,09 dans le troisième; les valeurs moyennes de ces écarts sont respectivement 0,026, 0,016 et 0,026. Si, en un point quelconque des mesures, il eût été commis une méprise sur les nombres entiers d'ondes, ces différences atteindraient forcément au moins 0,20.

Ainsi, les opérations qui sont résumées dans les Tableaux des pages 73-75 ont finalement fourni les résultats qui suivent.

La longueur à 15°C. de l'étalon IX, exprimée en franges ou demi-longueurs d'onde des radiations rouge, verte et bleue du spectre de la vapeur de cadmium, dans l'air à 15° et sous la pression de 760^{mm}, a été trouvée :

		Rouge.	Vert.	Bleu.
M. Michelson.	Série I.....	310 678,48	393 307,92	416 735,86
	Série II.....	310 678,65	393 308,10	416 736,07
M. Benoît.	Série I.....	310 678,66	393 308,09	416 736,02

Ces résultats ont été fournis exclusivement par les observations sur l'étalon IX, qui ont été faites *après* son ajustage définitif, cet étalon se trouvant dans *les mêmes* conditions où il était lorsqu'il a été comparé au mètre auxiliaire X. On a déjà indiqué, dans la note de la page 61, qu'on avait fait antérieurement toute une série de mesures sur l'étalon IX, à la suite de laquelle le retournement de l'index, nécessaire pour procéder aux comparaisons de IX avec X, avait produit une altération sensible de cet étalon, et obligé à le retoucher. Toute cette série, que j'appellerai *série préliminaire*, s'est donc trouvée perdue, au point de vue de la fixation de la longueur absolue définitive de l'étalon IX; mais les observations qu'elle contient n'en conservent pas moins toute leur valeur pour l'établissement du rapport de IX à VIII et le contrôle des nombres *entiers* de longueurs d'onde cherchés. Elles ont en outre été utilisées pour le calcul du coefficient de variation de l'étalon avec la température [1].

Les résultats de cette série préliminaire seraient donnés par les modifications introduites ci-après dans les dernières lignes des Tableaux des pages 73-75.

---

[1] *Voir* les *Observations*, Annexe VI.

SÉRIE PRÉLIMINAIRE. Observ. M. Michelson.

	Rouge.	Δ.	Vert.	Δ.	Bleu.	Δ.
VIII_0	**155 338,16**		**196 652,60**		**208 366,47**	
$2\,VIII_0$ ...	310 676,32		393 305,20		416 732,94	
Comp ...	+4,59		+5,80		+6,15	
IX	310 680,91		393 311,00		416 739,09	
Corr	+0,21		+0,27		+0,28	
IX′.....	**310 681,12**	0,00	**393 311,27**	—0,04	**416 739,37**	+0,04
IX_0	**310 681,12**		**393 311,23**		**416 739,41**	

SÉRIE PRÉLIMINAIRE. Observ. M. Benoit.

	Rouge.	Δ.	Vert.	Δ.	Bleu.	Δ.
VIII_0	**155 338,22**		**196 652,67**		**208 366,56**	
$2\,VIII_0$ ...	310 676,44		393 305,34		416 733,12	
Comp ...	+4,43		+5,61		+5,94	
IX	310 680,87		393 310,95		416 739,06	
Corr	—0,15		—0,19		—0,21	
IX′.....	**310 680,72**	+0,02	**393 310,76**	—0,01	**416 738,85**	—0,02
IX_0	**310 680,74**		**393 310,75**		**416 738,83**	

Ainsi, la retouche de l'étalon IX, entre la série préliminaire et les séries définitives, a eu pour effet de diminuer sa longueur de 2,5 demi-longueurs d'onde environ en lumière rouge.

Les petites différences que l'on constate entre les nombres représentant les longueurs absolues de tous les étalons dans les séries précédentes peuvent être attribuées à différentes causes, à chacune desquelles il serait difficile de faire exactement sa part. En premier lieu, non seulement l'étalon VIII, mais encore plusieurs autres, ont été retouchés, entre les séries I et II, les miroirs légèrement déplacés et le parallélisme des surfaces réglé de nouveau, ce qui peut entraîner une altération appréciable, quoique certainement très faible, de la distance de ces surfaces. Ainsi une part des divergences peut très bien représenter de petites différences *réelles* de longueur.

Une autre part doit être attribuée aux erreurs d'observation, et, en premier lieu, aux erreurs commises sur la mesure de la température et de la pression. A ce point de vue, il faut rappeler que, pendant les opérations de la première série faites sur les étalons I à VIII, les installations des enveloppes protec-

trices pour le maintien d'un état thermique aussi constant que possible n'avaient pu encore être achevées. La température était mesurée, d'une façon peu précise, par un thermomètre divisé seulement en degrés et dont les corrections étaient inconnues. La pression barométrique n'était point observée régulièrement, et on y a suppléé après coup, en la rétablissant approximativement d'après le *Bulletin météorologique*. Il importe de remarquer que ces diverses omissions ou lacunes n'ont *absolument aucune influence* sur le résultat final du travail, et n'ont pas d'autre effet que de modifier quelque peu les nombres *intermédiaires* par lesquels il a fallu passer pour établir ce résultat.

En outre, peut intervenir également ici le mode d'appréciation de la *phase nulle* des franges que l'on établit dans chaque cas, c'est-à-dire de la phase dans laquelle le *centre* du phénomène correspond à un minimum de lumière. Il existe presque inévitablement dans cette appréciation une sorte d'*équation personnelle*, qui est propre à chaque observateur, et qui varie peut-être, pour un même observateur, d'une époque à une autre, et aussi suivant la grandeur et la netteté des anneaux observés. On a déjà remarqué plus haut (p. 58) qu'une erreur dans cette phase, même si elle était *identique* sur les deux surfaces d'un même étalon, entraînerait une erreur sur la valeur de cet étalon, lorsque (ainsi que cela est indispensable pour les étalons les plus longs) le plan de référence est placé, dans les mesures, *entre* les deux surfaces.

Enfin, il faut également compter avec les erreurs purement fortuites commises dans les pointés des franges. Pour se faire une idée de la part d'influence de ces dernières dans les divers résultats, on peut remarquer que toutes les causes précédemment mentionnées, agissant systématiquement, doivent exercer sur les trois phénomènes, observés avec les trois couleurs, des effets correspondants et inversement proportionnels aux longueurs d'onde des trois radiations (à très peu près au moins, puisque les observations ne peuvent pas être rigoureusement simultanées). Ici encore, on pourra donc établir la corrélation des diverses séries entre elles, en introduisant des corrections correspondantes, choisies de manière à rendre les écarts minima, et qui font disparaître tout ce qu'il y a de systématique entre ces séries, en ne laissant subsister que les écarts accidentels. Ce calcul a été fait dans le Tableau ci-dessous, où les résultats de toutes les séries ont tous été rapportés à ceux de ma deuxième série. Les lettres entre parenthèses sont les initiales des noms des observateurs. Dans la dernière colonne à droite du Tableau, on a inscrit les nombres qui représentent les corrections appliquées en lumière rouge. Pour l'étalon IX, on a ajouté les valeurs qui seraient fournies par les séries préliminaires, réduites de la même façon.

N.	Rouge.		Vert.		Bleu.		Corrections.
		Δ.		Δ.		Δ.	
I_1 (M).	1 212,36	—0,01	1 534,78	0,00	1 626,17	—0,01	+0,02
I_2 (M)...	1 212,35		1 534,78		1 626,18		
I_1 (B)...	1 212,34	—0,01	1 534,80	+0,02	1 626,17	—0,01	+0,04
II_1 (M)...	2 425,86	0,00	3 071,06	0,00	3 253,98	0,00	0,00
II_2 (M)...	2 425,86		3 071,06		3 253,98		
II_1 (B)...	2 425,87	+0,01	3 071,06	0,00	3 253,97	—0,01	+0,05
III_1 (M)...	4 851,42	—0,02	6 141,75	+0,01	6 507,59	+0,02	—0,05
III_2 (M)...	4 851,44		6 141,74		6 507,57		
III_1 (B)...	4 851,43	—0,01	6 141,76	+0,02	6 507,57	0,00	+0,01
IV_1 (M)...	9 706,79	+0,01	12 288,46	+0,01	13 020,42	—0,01	+0,05
IV_2 (M)...	9 706,80		12 288,45		13 020,41		
IV_1 (B)...	9 706,77	—0,03	12 288,46	+0,01	13 020,44	+0,03	+0,05
V_1 (M)...	19 414,48	0,00	24 578,07	+0,02	26 042,05	—0,01	+0,35
V_2 (M)...	19 414,48		24 578,05		26 042,06		
V_1 (B)...	19 414,47	—0,01	24 578,06	+0,01	26 042,06	0,00	+0,49
VI_1 (M)...	38 829,89	—0,03	49 157,33	—0,01	52 085,43	+0,03	+0,08
VI_2 (M)...	38 829,92		49 157,32		52 085,40		
VI_1 (B)...	38 829,90	—0,02	49 157,34	+0,02	52 085,40	0,00	+0,25
VII_1 (M)...	77 668,75	—0,01	98 325,95	+0,01	104 182,75	+0,01	—0,03
VII_2 (M)...	77 668,76		98 325,94		104 182,74		
VII_1 (B)...	77 668,74	—0,02	98 325,97	+0,03	104 182,73	—0,01	+0,08
VIII_1 (M)...	155 338,17	—0,02	196 652,62	+0,01	208 366,49	—0,03	+0,01
VIII_2 (M)...	155 338,15		196 652,61		208 366,52		
VIII_1 (B)...	155 338,17	+0,02	196 652,61	0,00	208 366,49	—0,03	—0,05
IX_p (M)...	310 678,64	—0,01	393 308,09	—0,01	416 736,09	+0,02	—2,48
IX_1 (M)...	310 678,64	—0,01	393 308,12	+0,02	416 736,07	0,00	—0,16
IX_2 (M)...	310 678,65		393 308,10		416 736,07		
IX_p (B)...	310 678,66	—0,01	393 308,11	+0,01	416 736,05	—0,02	—2,08
IX_1 (B)...	310 678,67	+0,02	393 308,11	+0,01	416 736,04	—0,03	—0,01

La concordance presque absolue, dans l'étendue entière des déterminations, de nombres ainsi déduits de séries de mesures complètement indépendantes et faites par des observateurs différents, constitue une nouvelle confirmation de l'exactitude du travail entier. Elle prouve que les valeurs finales fournissent les rapports des longueurs d'onde des trois radiations avec une approximation qui est probablement de l'ordre du vingt-millionième. Ces rapports sont

$$\frac{\lambda_V}{\lambda_R} = 0,789\,911\,64, \qquad \frac{\lambda_B}{\lambda_R} = 0,745\,504\,62.$$

Résultats des comparaisons de l'étalon IX avec le mètre auxiliaire X. — L'étude

des deux micromètres du comparateur interférentiel a été faite par M. Benoît, qui a soigneusement déterminé les erreurs progressives et périodiques des vis, ainsi que leur *tare*, c'est-à-dire la valeur exacte d'une division de chacun des tambours en fonction du millimètre normal.

On trouvera quelques indications sur ces études et leurs résultats dans l'Annexe I. Elles ont montré que le micromètre gauche était très notablement supérieur au micromètre droit, dans lequel l'erreur progressive surtout atteignait des valeurs sensibles. Il faut remarquer toutefois que, la partie de la vis qui est employée pour les mesures étant très petite (de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{4}$ de tour environ), et les lectures se faisant toujours très près du milieu du champ, c'est-à-dire de la partie utilisable de la course de la vis, l'influence de l'erreur progressive disparaît à peu près complètement dans la différence des pointés faits sur chacun des traits dont la position relative doit être déterminée. Les corrections ont d'ailleurs été appliquées à toutes les lectures des deux micromètres.

La *tare* a été faite en se servant d'un millimètre qui fait partie de la division de la *Règle normale* du Bureau international, division qui a été antérieurement étalonnée avec le plus grand soin. On a déjà dit que les microscopes étaient ajustés de manière qu'une division du tambour correspondît à peu près à 1^{μ}. Les valeurs exactes ont été trouvées :

Pour le micromètre gauche.	1 div.	$= 0^{\mu},9873$
» » droit.	»	$= 1^{\mu},0075$

Comme les microscopes n'ont point été touchés, ni soumis à aucune cause de variation appréciable, on peut admettre que ces valeurs sont restées constantes pendant toute la durée des comparaisons.

Dans la première série de comparaisons entre l'étalon IX et le mètre X, il existait entre les deux surfaces de IX un angle horizontal qui correspondait, d'après le résultat moyen de plusieurs mesures, à un changement de phase de $+0,14$ frange, en lumière verte, lorsqu'on déplaçait le faisceau lumineux de la droite vers la gauche des miroirs; cette obliquité relative implique, comme on l'a vu plus haut, une correction de $+10 \times \frac{3}{2} \times 0,14 \frac{\lambda}{2}$, c'est-à-dire de $+0^{\mu},54$, à ajouter au résultat de la comparaison. Lors de la seconde série, le parallélisme des surfaces de l'étalon IX avait été rectifié par une légère retouche, et la correction a été trouvée nulle.

Les Tableaux ci-dessous donnent les résultats de toutes les comparaisons, après avoir appliqué aux lectures des micromètres aussi bien que des thermomètres, toutes leurs corrections.

SÉRIE I. Observateur : M. Michelson.

	Temp.	X = 10 IX écartant.	rapprochant.	moyenne.	ε.
	°	μ	μ	μ	μ
	13,343	+ 27,39	— 26,80	— 27,09	— 0,25
	13,757	— 27,14	— 26,41	— 26,77	— 0,07
	14,136	+ 26,77	— 26,70	— 26,73	— 0,11
	14,195	— 26,94	— 26,86	+ 26,90	+ 0,06
	14,657	— 26,30	— 27,09	+ 26,69	— 0,15
Moy....	14,018	— 26,91	+ 26,77	+ 26,84	
Correction d'obliquité.....				+ 0,54	
				+ 27,38	

Donc, résultat de la première série (M.) :

$$X = 10\ IX + 27^{\mu},38.$$

SÉRIE II (*a*). Observateur : M. Michelson.

	Temp.	X = 10 IX écartant.	rapprochant.	moyenne.	ε.
	°	μ	μ	μ	μ
	15,310	+ 28,18	— 27,07	— 27,62	— 0,09
	14,751	+ 28,32	+ 27,71	— 28,01	— 0,30
	14,946	— 27,81	+ 27,24	+ 27,52	— 0,19
	15,191	— 27,78	+ 27,54	— 27,66	— 0,05
	15,257	— 27,97	+ 27,53	+ 27,75	+ 0,04
Moy....	15,091	+ 28,01	+ 27,42	+ 27,71	

SÉRIE II (*b*).

	Temp.	X = 10 IX écartant.	rapprochant.	moyenne.	ε.
	°	μ	μ	μ	μ
	16,302	+ 28,79	+ 28,37	— 28,58	+ 0,45
	15,951	+ 28,66	+ 28,36	— 28,51	+ 0,38
	15,591	— 27,96	+ 27,56	+ 27,76	— 0,37
	14,234	— 28,17	+ 27,75	+ 27,96	— 0,17
	12,773	— 28,26	+ 27,38	+ 27,82	— 0,31
Moy....	14,970	+ 28,37	— 27,88	+ 28,13	

Donc, résultat de la deuxième série (M.) :

$$X = 10\ IX + 27^{\mu},92.$$

SÉRIE I. Observateur : M. Benoît.

Temp.	écartant.	rapprochant.	moyenne.	ε.
	X − 10 IX			
0	μ	μ	μ	μ
13,764	− 27,79	26,41	27,10	− 0,27
14,123	27,21	26,38	− 26,79	− 0,04
14,206	+ 27,08	26,75	26,91	− 0,08
14,687	+ 26,36	− 26,27	− 26,31	− 0,52
14,677	− 27,32	+ 26,76	− 27,04	− 0,21
Moy.... 14,291	− 27,15	+ 26,51	− 26,83	
Correction d'obliquité			− 0,54	
			− 27,37	

Donc, résultat de la série (B.) :

$$X - 10\ IX = 27^{\mu},37.$$

Toutes ces comparaisons ont été faites, comme on le voit, à des températures dont la moyenne est voisine de 14°,6. Comme l'étalon IX et le mètre auxiliaire X sont faits de la même matière, leurs coefficients de dilatation sont à très peu près identiques; cette identité est prouvée par les comparaisons mêmes, dont les résultats n'indiquent aucune relation systématique, dépassant les limites des erreurs d'observation, entre les températures et les longueurs observées. Elle se vérifie aussi, comme on l'a dit plus haut, par les valeurs du coefficient de dilatation trouvé par des mesures directes sur la règle, et du coefficient de variation déterminé par les franges sur l'étalon IX; ces valeurs se correspondent exactement, à très peu près. Les équations précédentes peuvent donc être considérées comme encore exactes à la température de 15°,00 à laquelle ont été réduites toutes les observations de franges faites sur l'étalon IX.

Résultats des comparaisons du mètre auxiliaire X avec le Prototype n° 26. — Le résultat de ces comparaisons, ainsi que nous l'avons déjà dit plus haut, donne finalement, toutes réductions faites, à 15° C. :

$$X_{(15^\circ)} = 1^{m} + 175^{\mu},27.$$

(Voir *Annexe* I, p. 98.)

Résultats définitifs et conclusions. — Ainsi les résultats des séries d'opérations faites pour déterminer la longueur du mètre en longueurs d'onde peuvent être

résumés et présentés dans un Tableau d'ensemble de la manière suivante :

SÉRIE I. Observateur : M. Michelson.

$$X = 10\,IX - 27^{\mu},38 \text{ à } 15^{\circ},$$
$$IX = 310\,678,48 \text{ franges rouges à } 15^{\circ} \text{ et sous } 760^{mm},$$
$$= 155\,339,24 \text{ longueurs d'onde à } 15^{\circ} \text{ et sous } 760^{mm},$$
$$X = 1^{m} + 175^{\mu},27 \text{ à } 15^{\circ},$$

d'où

$$1^{m} + 175^{\mu},27 - 27^{\mu},38 = 1\,553\,392,4\,\lambda,$$
$$1^{m},000\,147\,89 = 1\,553\,392,4\,\lambda,$$
$$1^{m} = 1\,553\,162,7\,\lambda.$$

SÉRIE II. Observateur : M. Michelson.

$$X = 10\,IX + 27^{\mu},92 \text{ à } 15^{\circ},$$
$$IX = 310\,678,65 \text{ franges rouges à } 15^{\circ} \text{ et sous } 760^{mm},$$
$$= 155\,339,32 \text{ longueurs d'onde à } 15^{\circ} \text{ et sous } 760^{mm},$$
$$X = 1^{m} + 175^{\mu},27 \text{ à } 15^{\circ};$$

d'où

$$1^{m} + 175^{\mu},27 - 27^{\mu},92 = 1\,553\,393,2\,\lambda,$$
$$1^{m},000\,147\,35 = 1\,553\,393,2\,\lambda,$$
$$1^{m} = 1\,553\,164,3\,\lambda.$$

Donc, en moyenne :

$$1^{m} = 1\,553\,163,5\,\lambda.$$

SÉRIE I. Observateur : M. Benoît.

$$X = 10\,IX + 27^{\mu},37 \text{ à } 15^{\circ},$$
$$IX = 310\,678,66 \text{ franges rouges à } 15^{\circ} \text{ et sous } 760^{mm},$$
$$= 155\,339,33 \text{ longueurs d'onde à } 15^{\circ} \text{ et sous } 760^{mm},$$
$$X = 1^{m} + 175^{\mu},27 \text{ à } 15^{\circ};$$

d'où

$$1^{m} + 175^{\mu},27 - 27^{\mu},37 = 1\,553\,393,3\,\lambda,$$
$$1^{m},000\,147\,90 = 1\,553\,393,3\,\lambda,$$
$$1^{m} = 1\,553\,163,6\,\lambda.$$

Ainsi l'écart maximum de ces trois déterminations correspond à une quantité qui est ~~inférieure à~~ 1$^{\mu}$. presque exactement

Si l'on ajoute à ces résultats ceux auxquels conduisent les calculs semblables faits pour les deux autres couleurs, la conclusion finale de ce travail est que l'unité fondamentale du Système métrique est représentée par les nombres suivants de longueurs d'onde des trois radiations du cadmium, dans l'air à 15° C. (¹) et sous la pression de 760^{mm} :

Radiations rouges.....	$1^{m} = 1\,553\,163,5\,\lambda_R$
Radiations vertes.....	$1\,966\,249,7\,\lambda_V$
Radiations bleues.....	$2\,083\,372,1\,\lambda_B$

Il en résulte que les longueurs d'onde de ces radiations, toujours à 15° et sous 760^{mm}, sont (moyennes des trois déterminations) :

$$\lambda_R = 0^{\mu},643\,847\,22,$$
$$\lambda_V = 0,508\,582\,40,$$
$$\lambda_B = 0,479\,991\,07,$$

avec une incertitude probable de quelques unités sur l'avant-dernière décimale.

(¹) On doit rappeler que cette température est exprimée, comme toutes celles dont il a été question dans ce travail, dans l'échelle du *thermomètre à mercure en verre dur*. La réduction de cette échelle à l'échelle normale (*thermomètre à hydrogène*) comporte, à 15°, une correction de — 0,070 degré, c'est-à-dire que la température *normale* à laquelle ces résultats se rapportent est 14°.930 (voir *Travaux et Mémoires*, t. VI. *Études sur le thermomètre à gaz*, par M. P. Chappuis, p. 116). La réduction à 15°,00 de l'échelle normale ne changerait les nombres donnés ci-dessus que de 0,2 et 0,3 longueur d'onde.

ANNEXE I.

DÉTERMINATIONS MÉTROLOGIQUES,

Par MM. J.-René BENOÎT et Ch.-Ed. GUILLAUME.

ANNEXE I.

DÉTERMINATIONS MÉTROLOGIQUES.

Les opérations proprement métrologiques auxquelles a donné lieu, au Bureau international des Poids et Mesures, la détermination du mètre en longueurs d'ondes se rapportent, d'une part au mètre auxiliaire qui a été représenté dans ce travail par la désignation *Étalon X*, et d'autre part aux micromètres du comparateur interférentiel. Les études du mètre avaient été entreprises et devaient être faites, à titre de contrôle, entièrement en double par MM. Benoît et Guillaume. Le premier ayant dû, presque dès le début, interrompre pour cause de maladie, M. Guillaume s'est chargé, afin de ne pas amener de regrettables retards, de continuer et achever seul tout le travail. Toutes les études relatives aux micromètres ont été faites par M. Benoît, aussitôt après l'achèvement des observations de M. Michelson.

I. — DÉTERMINATION DU MÈTRE AUXILIAIRE X.

Le mètre auxiliaire X a été décrit dans le cours du Mémoire, et représenté dans plusieurs des figures qui l'accompagnent. Nous rappellerons que sa section à la forme d'un T renversé : il est tracé sur deux *mouches* de nickel fixées en saillie au bord supérieur de la nervure médiane, près des extrémités. Les traits viennent affleurer les bords de la mouche. La même disposition existant sur l'un et l'autre des deux bords de chaque mouche, il en résulte que la règle porte en réalité *deux* longueurs, peu différentes l'une de l'autre; pour se mettre à l'abri de toute confusion, les faces latérales de la nervure ont été marquées respectivement des lettres A et B. C'est la longueur correspondante au côté A qui a constamment servi dans les expériences sur la longueur d'onde; c'est aussi la seule dont la valeur exacte ait été déterminée, et c'est à cette longueur que se rapporte tout ce qui suit.

Les déterminations ont été faites en prenant comme terme de comparaison le Mètre n° 26, en platine iridié, à section en **X**, qui est, depuis la Conférence générale des Poids et Mesures de septembre 1889, le Prototype principal du Bureau international. On connaît très exactement la longueur de ce Mètre 26 en fonction du Prototype international, qui est l'étalon fondamental du Système métrique, et dont la longueur à 0° est égale à 1 mètre, par définition.

Les comparaisons entre ces deux mètres, faites avant 1889, par MM. Boinot et Isaachsen, avaient conduit à l'équation (1)

$$\text{N}^\circ\ 26 = \mathfrak{M} + 0^{\mu},72.$$

Le calcul de compensation de toutes les comparaisons, dont les précédentes faisaient partie, entre tous les prototypes étudiés à cette époque, avait très légèrement modifié cette équation en donnant (2)

$$\text{N}^\circ\ 26 = \mathfrak{M} + 0^{\mu},85.$$

Enfin une nouvelle série de comparaisons, faites postérieurement à la Conférence générale, en 1892, par MM. Benoît, Chappuis et Guillaume, a fourni le résultat (3)

$$\text{N}^\circ\ 26 = \mathfrak{M} + 0^{\mu},75.$$

Nous adopterons l'équation moyenne arrondie

$$\text{N}^\circ\ 26 = \mathfrak{M} + 0^{\mu},8,$$

qui ne diffère de chacune des précédentes que de quantités extrêmement petites, inférieures aux incertitudes inévitables des observations et qu'il est impossible de garantir.

En ajoutant à cette équation, qui donne la valeur du Mètre à 0°, l'expression de sa dilatation, telle qu'elle a été déterminée par les expériences dont il a été rendu compte dans les publications antérieures du Bureau (4), on a finalement pour la longueur du Prototype n° 26 à t° (t représentant la température dans l'échelle du thermomètre à mercure en verre dur)

$$\text{Prototype N}^\circ\ 26_{(t)} = 1^{\text{m}},0000008[1 + 10^{-9}(8596 + 1,70t)t].$$

(1) *Travaux et Mémoires*, t. X, *Mètres Prototypes*, p. 32.
(2) *Ibid.*, t. X, p. 34.
(3) *Procès-verbaux du Comité internat.*, 1892, p. 33.
(4) *Travaux et Mémoires*, t. X, *Mètres Prototypes*, p. 25.

Nous ne donnerons ici aucun détail sur les procédés de comparaison, qui ont été développés à plusieurs reprises dans les publications du Bureau international. Nous rappellerons seulement que le principe de la méthode consiste à amener alternativement les deux règles (à traits) à comparer sous deux microscopes, fixés verticalement, à une distance de 1^m l'un de l'autre, et ayant leurs plans focaux sur une même horizontale; et à mesurer la différence de longueur de ces deux règles au moyen des micromètres dont ces microscopes sont munis. Si l'on fait des comparaisons successives à diverses températures, et si la dilatation de l'une des règles est déjà connue, la variation de l'équation observée fournira la dilatation de la seconde.

L'appareil qui a été employé pour ces mesures est le *Comparateur à dilatation* du Bureau international. Il a été décrit dans les *Travaux et Mémoires* (¹). Les microscopes sont scellés, au moyen d'équerres de fonte, sur deux forts piliers monolithes, établis sur une lourde et massive fondation de béton. Les règles sont enfermées dans une boîte ou auge métallique à double paroi, portée par un chariot, que l'on déplace transversalement sur un chemin de fer. Les supports de ces règles sont munis de tous les organes de rectification nécessaires. L'éclairement est fourni par de petites lampes électriques à incandescence. Pour les comparaisons, les deux règles, placées parallèlement l'une à côté de l'autre, sont immergées dans de l'eau; l'uniformité de température est assurée par des agitateurs mis en mouvement par un petit moteur électrique. Lorsqu'on veut opérer à des températures différentes de la température ambiante, par exemple pour les mesures des dilatations, ces températures s'établissent et se maintiennent constantes au moyen d'une circulation continue d'eau dans la double paroi du comparateur.

Les micromètres sont de la construction de MM. Brunner, à Paris. Les études qui ont été faites des corrections de ces micromètres, à différentes reprises, ont montré que leurs erreurs sont tellement faibles, que c'est à peine si elles dépassent les limites de la précision avec laquelle il est possible de les déterminer (²). Comme, en outre, leur effet s'élimine en très grande partie par la répétition des pointés, pour lesquels interviennent des parties différentes des vis, on a jugé inutile de tenir compte ici de ces corrections.

Les microscopes ont un grossissement de 100 environ. La tare des micromètres a été faite au moyen des millimètres tracés sur le mètre Prototype n° 26,

(¹) Tome II : *Mesures de dilatation et comparaisons des Règles métriques*, par R. Benoît, p. C.4. — Tome X : *Mètres Prototypes*, par R. Benoît et C.-E. Guillaume, p. 8.

(²) Voir *Trav. et Mém.*, t. X : *Mètres Prototypes*, p. 9.

et dont la valeur est exactement connue par des opérations antérieures. Ces tares ont donné :

Micromètre gauche.....	1 tour =	$99^{\mu},809$
Micromètre droit.....	1 » =	$100^{\mu},197$

Le tambour est divisé en 100 parties, dont chacune correspond ainsi très sensiblement à 1^{μ}.

Quatre thermomètres à mercure, en verre dur, parfaitement étudiés, avec leurs réservoirs placés symétriquement dans les différentes parties de l'auge, à côté des mètres à comparer, donnaient la température. Ils étaient observés au moyen de lunettes, mobiles le long de glissières fixées au couvercle. Les réductions de ces lectures ont été faites suivant les méthodes habituelles. On trouvera plus loin les Tables des corrections de ces quatre thermomètres (n°s 4254, 4255, 4257 et 4411); on y a ajouté la Table des corrections du thermomètre 4403, qui a servi dans quelques-unes des mesures de franges, faites à l'appareil interférentiel, pendant que le n° 4411 était employé dans les observations au comparateur. Ces Tables contiennent *la somme* de toutes les corrections, c'est-à-dire des corrections de calibre, de zéro et d'intervalle fondamental [1].

Les premières séries d'observations ont été faites en vue de déterminer l'équation du mètre auxiliaire X par rapport au Prototype 26, à une température peu différente de celle à laquelle ce mètre X a été lui-même comparé, dans l'appareil interférentiel, à l'étalon IX. Comme de coutume, une partie des comparaisons a été faite après avoir retourné le Prototype bout pour bout sur ses supports, dans le but d'éliminer des erreurs systématiques, qui pourraient peut-être provenir d'une dissymétrie dans les traits et de différences pouvant exister dans les conditions optiques des deux microscopes et de l'éclairement dans chacun d'eux, erreurs qui se sont trouvées d'ailleurs ici absolument insensibles. Les séries faites dans l'une ou l'autre de ces positions sont différenciées ci-dessous par les indications A·B, B·A, qui figurent les positions, par rapport à l'observateur, des extrémités du mètre 26 qui portent respectivement ces lettres gravées.

Le journal de ces observations est reproduit ci-après; elles peuvent se résumer, toutes les réductions étant faites, dans le Tableau suivant :

---

[1] Il n'y a pas lieu d'introduire une correction de *pression intérieure*, puisque les observations sont toutes faites les thermomètres étant en position horizontale. La correction de *pression extérieure* peut être considérée comme négligeable; très exceptionnellement, elle pourrait atteindre $\pm 0,003$ degré.

Comparaison du Mètre auxiliaire X avec le Mètre prototype 26.

Numéro des observations.	Observateur.	Position du prototype.	Température.	Différence X — 26.
			°	μ
I.	Benoit	A·B	14,426	—39,63
II.	»	»	14,558	—41,18
III.	»	»	14,258	—38,53
IV.	Guillaume	»	14,591	—41,21
V.	»	»	14,439	—39,69
VI.	»	»	14,451	—40,05
VII.	»	»	14,539	—41,22
VIII.	»	»	14,180	—37,05
IX.	»	B·A	14,664	—41,64
X.	»	»	14,887	—44,11
XI.	»	»	14,211	—38,27
XII.	»	»	14,250	—38,77
XIII.	»	»	14,292	—38,44
	Moyenne.....		14,442	—39,98

Immédiatement après, on a fait les observations pour la mesure de la dilatation du mètre auxiliaire, en faisant varier la température dans des limites suffisamment étendues. Voici les résultats de ces nouvelles séries :

Mesure de la dilatation du Mètre auxiliaire X.

Numéro des observations.	Observateur.	Position du prototype.	Température.	Différence X — 26.
			°	μ
XIV.	Guillaume	B·A	6,452	— 28,41
XV.	»	»	22,035	—105,76
XVI.	»	»	30,418	—178,57
XVII.	»	»	25,995	—140,28
XVIII.	»	»	18,814	— 78,24
XIX.	»	»	10,258	— 4,35
XX.	»	»	0,691	— 78,39

Aux observations de ce dernier Tableau, on peut joindre, pour le calcul de la dilatation, les observations IX-XIII du premier Tableau, qui ont été faites dans les mêmes positions relatives des deux règles comparées. Chacune de ces douze observations fournit une équation de condition de la forme

$$x + ty + t^2 z = n,$$

où x serait la différence $X_{(0)} - 26_{(0)}$ des deux règles à 0°, et y et z les deux termes

de leur dilatation relative avec la température. La résolution du système de douze équations ainsi formées fournit les valeurs les plus probables :

$$x = -84^{\mu},17,$$
$$y = +\ 8,588,$$
$$z = +\ 0,00165.$$

La substitution de ces valeurs dans les équations de condition conduit aux résidus suivants :

Observations.	Obs. — Calc.	Observations.	Obs. — Calc.
	μ		μ
IX.	— 0,48	XV.	— 0,11
X.	— 0,07	XVI.	— 0,01
XI.	+ 0,06	XVII.	— 0,09
XII.	+ 0,22	XVIII.	— 0,25
XIII.	— 0,47	XIX.	+ 0,25
XIV.	+ 0,28	XX.	— 0,16

L'erreur moyenne d'une observation est $\pm 0^{\mu},29$.

Ainsi la variation relative des deux règles, exprimée en mètres, de 0° à t°, est

$$\alpha_{(X-26)}t = 10^{-9}(8\,588 + 1,65t)t. \tag{1}$$

Comme la dilatation du Prototype 26 est, d'après ce qui a été dit plus haut,

$$\alpha_{(26)}t = 10^{-9}(8\,596 + 1,70t)t,$$

il en résulte pour la dilatation du mètre auxiliaire X

$$\alpha_{(X)}t = 10^{-9}(17\,184 + 3,35t)t.$$

Le coefficient de variation de l'équation des deux règles ayant été déterminé, comme on vient de le voir, dans un intervalle de température de près de 30 degrés, par une série d'observations qui sont remarquablement concordantes, on peut se servir de ce coefficient pour réduire à 15° les résultats des comparaisons I à XIII, faites à des températures voisines de 14°,5, avec la certitude de n'introduire par cette réduction que des erreurs d'ordre absolument négligeable. Ce calcul est fait, afin d'obtenir la longueur du mètre auxiliaire à la même température à laquelle toutes les observations des phénomènes d'interférence ont été aussi réduites; il conduit aux résultats du Tableau ci-après :

COMPARAISONS RÉDUITES A 15°.

Numéro des observations.	Différence X — 26.	ε.	Numéro des observations.	Différence X — 26.	ε.
	μ	μ		μ	μ
I.	+ 44,59	— 0,21	VIII.	+ 44,13	— 0,67
II.	+ 45,00	— 0,20	IX.	+ 44,54	— 0,26
III.	+ 44,94	+ 0,14	X.	+ 45,09	— 0,29
IV.	+ 44,74	— 0,06	XI.	+ 45,08	— 0,28
V.	+ 44,54	— 0,26	XII.	+ 45,25	— 0,45
VI.	+ 44,79	— 0,01	XIII.	+ 44,55	— 0,25
VII.	+ 45,20	+ 0,40			

La moyenne générale est

$$(X - 26)_{15^\circ} = + 44^{\mu},80. \tag{2}$$

Les colonnes ε contiennent les écarts de chaque valeur individuelle par rapport à cette moyenne. L'erreur moyenne d'une observation est $\pm 0^{\mu},33$. Le calcul conduirait pour l'erreur probable du résultat moyen à la valeur $\pm 0^{\mu},06$. Toutefois le degré d'approximation indiqué par ce calcul est, sans aucun doute, comme presque toujours d'ailleurs, absolument illusoire.

D'après les données qui ont été indiquées en commençant, la longueur du Mètre Prototype n° 26 est, à 15°,

$$26_{15^\circ} = 1^{m} + 130^{\mu},12. \tag{3}$$

De cette équation et de la relation (2), on déduit finalement la longueur du mètre auxiliaire X à 15° :

$$X_{15^\circ} = 1^{m} + 174^{\mu},92. \tag{4}$$

Tel est le résultat immédiat des comparaisons qui ont été faites entre le mètre auxiliaire X et le Prototype du Bureau international. Toutefois, ce résultat doit encore subir une correction légère, mais pourtant déjà appréciable. Dans les observations faites au comparateur interférentiel, le mètre auxiliaire était dans l'air; dans les déterminations par rapport au Prototype, il était, au contraire, immergé dans de l'eau; condition qui garantit la mesure exacte des températures avec beaucoup plus de sûreté, et devient indispensable lorsqu'on opère à des températures différentes de la température ambiante. Cette différence de conditions serait sans aucune influence, si les vis qui traversent la base du mètre et

forment ses supports étaient placées *aux points normaux*, c'est-à-dire à des distances du milieu telles que la tangente à la courbe déterminée par la flexion de la règle, sous l'action de la pesanteur, fût horizontale, à chacune des extrémités, au niveau des traits pointés. Dans ces conditions, la fibre tracée a, entre les deux traits, la même longueur que la fibre neutre, et, le raccourcissement de celle-ci par sa flexion étant complètement négligeable, l'immersion de la règle dans des milieux de densités différentes n'exerce aucune influence.

La longueur totale de la règle est $1^{m},028$; la distance de chacun des supports au milieu devrait être de $296^{mm},76$. Mais on a vu plus haut que, par une inadvertance dans la construction, on a fait cette distance égale à $260^{mm},0$. Les supports sont donc trop rapprochés l'un de l'autre d'environ 74^{mm}; la fibre supérieure subit un allongement, qui diminue lorsque, la règle étant plongée dans l'eau, l'action de la pesanteur est réduite par la poussée du liquide. On a déterminé la petite correction correspondante par le procédé suivant.

Si l'on désigne par

$2L$ la longueur entière de la règle,
$2x$ la distance des traits pointés, symétriques par rapport au milieu,
$2l$ la distance des deux supports, également symétriques,
h la distance du plan qui contient les traits au plan des fibres neutres (comptée positivement de bas en haut),
p le poids de la règle par unité de longueur,
I le moment d'inertie de sa section par rapport au plan des fibres neutres,
E son coefficient d'élasticité,

on sait que la variation apparente de longueur de la règle, c'est-à-dire la somme des déplacements des deux traits, par la flexion, est donnée, dans le cas où l est plus petit que x, par la formule [1]

$$(5) \qquad d = -\frac{ph}{EI} L^3 \left[\left(\frac{l}{L}\right)^2 - \frac{x}{L} + \left(\frac{x}{L}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right],$$

et, dans le cas où l est plus grand que x, par la formule

$$(6) \qquad d = -\frac{ph}{EI} L^3 \left[2\frac{l}{L}\frac{x}{L} - \frac{x}{L} - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right].$$

Si l'on compare à une même longueur invariable le mètre auxiliaire, en le

[1] Voir *Travaux et Mémoires*, t. VII. *Comparaisons des Règles*, par M. O.-J. Broch, p. B.64.

supportant sur deux supports dont on fait varier successivement les positions, de manière à donner à la quantité l les valeurs l_1 et l_2, la différence des longueurs trouvées représentera la différence $d_1 - d_2$ des variations apparentes correspondantes. La substitution des valeurs numériques dans les expressions (5) ou (6), suivant les conditions de l'expérience, conduira à la connaissance du facteur $\frac{ph}{EI} L^3$.

L'expérience a été faite par M. Guillaume de la manière suivante. La règle, placée dans le comparateur, était supportée alternativement, en son milieu par une seule cale strictement assez large pour qu'elle pût s'y tenir en équilibre (1^{cm} environ), et près de ses extrémités sur une cale d'un côté et un rouleau de l'autre, à 4^{mm} environ des bouts. La règle était immergée dans l'eau, et pointée alternativement dans les deux conditions, qui correspondaient à très peu près à $l_1 = 0^{mm}$ et $l_2 = 510^{mm}$. La distance constante δ des axes des microscopes étant prise comme terme commun de comparaison, ces mesures ont conduit, toutes réductions faites, aux résultats suivants :

	Différence $X - \delta$.	
	$l_1 = 0^{mm}$.	$l_2 = 510^{mm}$.
	μ	μ
	$-86,5$	$-52,5$
	$-87,3$	$-52,4$
	$-87,7$	$-53,4$
	$-88,5$	$-53,3$
	$-90,3$	$-54,7$
		$-56,2$
Moyenne...	$-88,0$	$-53,6$

La variation inévitable de la température, pendant ces opérations et les manipulations qu'elles nécessitent entre chaque mesure, se trouve très sensiblement éliminée par la marche symétrique de celles-ci. En introduisant dans les expressions (5) et (6), qui correspondent respectivement à chacun des deux cas, les valeurs $x = 500^{mm}$, $L = 514^{mm}$, on trouve que, à une constante près, qui est la même pour les deux variations, on a

$$d_1 = 0^{mm},0880 = \frac{ph}{EI} L^3 \times 0,3333,$$

$$d_2 = 0^{mm},0536 = -\frac{ph}{EI} L^3 \times 0,6508,$$

d'où

$$d_1 - d_2 = 0^{mm},0344 = \frac{ph}{EI} L^3 \times 0,9841.$$

et

$$\frac{ph}{EI} L^3 = 0,03496. \tag{7}$$

Si ensuite l'on reporte cette valeur dans la formule (5), en y faisant $l = 260^{mm}$, on trouve finalement que l'erreur commise sur la position des supports a pour effet de produire sur la règle, dans l'eau, un allongement apparent de

$$34,96 \times 0,0774 = 2^{\mu},71.$$

Les déformations, dans l'eau et dans l'air, étant d'ailleurs proportionnelles aux densités relatives de la règle dans ces deux milieux, l'allongement dans l'air serait [1]

$$2,71 \times \frac{8,71}{7,71} = 3^{\mu},06.$$

Ainsi, en passant de l'eau à l'air, le mètre auxiliaire s'allonge de $0^{\mu},35$ par l'effet de sa flexion. Telle est la correction qu'il faut ajouter à la longueur de ce mètre, déterminée dans le comparateur, pour avoir sa longueur dans l'appareil interférentiel. Donc, en se reportant à l'équation (4), on aura, comme résultat final de toutes ces études, pour la longueur du mètre X à 15°, la température étant exprimée dans l'échelle du thermomètre à mercure en verre dur :

$$X_{(15^\circ)} = 1^m + 175^{\mu},27. \tag{8}$$

Ajoutons enfin que ces dernières expériences peuvent encore donner, comme résultat accessoire, le module d'élasticité de la règle. On trouve d'abord, d'après les dimensions indiquées dans la note ci-jointe, que le centre de gravité de la section, contenu dans le plan des fibres neutres, est à $9^{mm},89$ de la base; comme la surface des mouches est surélevée de 5^{mm} au-dessus du bord supérieur de la nervure médiane, il en résulte $h = 25^{mm},31$.

Le calcul du moment d'inertie conduit à $I = 25500^{mm^4}$; et enfin on a (dans

---

[1] Les dimensions de la section du mètre X sont les suivantes :

		mm
Lame verticale.....	hauteur =	24,0
»	largeur =	6,0
Lame horizontale.....	hauteur =	6,2
»	largeur =	28,4

Le volume est donc de 329^{cm^3}. D'autre part, la règle pèse 2865^g; il en résulte la densité 8,71.

l'eau) $p = 2^g,467$. Introduisant ces diverses valeurs dans l'équation (7), on en tire

$$E = 9510 \frac{kg}{mm^2}.$$

Les pages suivantes contiennent : d'abord les Tables de corrections des thermomètres qui ont été employés dans tout ce travail; et en second lieu le journal des observations relatives à la détermination du mètre auxiliaire X, savoir : 1° Observations I à XIII pour l'établissement de l'équation de ce mètre par rapport au Prototype, et 2° Observations XIV à XX, spéciales à l'étude de la dilatation. Dans ces Tableaux, les lettres x et y désignent les tares des deux micromètres.

THERMOMÈTRES.

TABLE DES CORRECTIONS.

La Table ci-dessous contient les corrections totales, c'est-à-dire les sommes des corrections de calibre, d'intervalle fondamental et de zéro. Des Tables plus détaillées, donnant les mêmes corrections de dixième en dixième de degré, avaient été construites, pour la commodité des réductions, par interpolation graphique.

	Thermomètres N^os				
Lecture.	4254.	4255.	4257.	4403.	4411.
0.	+0,083	+0,084	+0,104	+0,008	+0,050
1.	+0,078	+0,104	+0,106	+0,014	+0,041
2.	+0,073	+0,117	+0,108	+0,019	+0,036
3.	+0,068	+0,124	+0,110	+0,025	+0,030
4.	+0,064	+0,127	+0,113	+0,029	+0,024
5.	+0,061	+0,122	+0,117	+0,031	+0,019
6.	+0,059	+0,114	+0,123	+0,032	+0,016
7.	+0,057	+0,106	+0,127	+0,035	+0,012
8.	+0,054	+0,099	+0,129	+0,038	+0,009
9.	+0,050	+0,090	+0,133	+0,039	+0,007
10.	+0,049	+0,080	+0,135	+0,043	+0,005
11.	+0,053	+0,070	+0,137	+0,046	+0,006
12.	+0,060	+0,063	+0,136	+0,049	+0,010
13.	+0,065	+0,061	+0,136	+0,052	+0,017
14.	+0,071	+0,059	+0,135	+0,056	+0,026
15.	+0,076	+0,054	+0,133	+0,061	+0,035
16.	+0,077	+0,050	+0,129	+0,065	+0,042
17.	+0,078	+0,048	+0,123	+0,067	+0,046
18.	+0,078	+0,048	+0,118	+0,066	+0,047
19.	+0,078	+0,050	+0,112	+0,063	+0,045

	Thermomètres N^os				
Lecture.	4254.	4255.	4257.	4403.	4411.
20.	+0,078	+0,054	+0,107	+0,059	+0,042
21.	+0,077	+0,060	+0,102	+0,053	+0,040
22.	+0,076	+0,068	+0,099	+0,050	+0,040
23.	+0,074	+0,076	+0,094	+0,045	+0,039
24.	+0,073	+0,081	+0,092	+0,041	+0,037
25.	+0,070	+0,082	+0,092	+0,037	+0,035
26.	+0,063	+0,081	+0,092	+0,033	+0,035
27.	+0,062	+0,079	+0,093	+0,031	+0,038
28.	+0,066	+0,076	+0,093	+0,028	+0,042
29.	+0,076	+0,068	+0,092	+0,022	+0,045
30.	+0,087	+0,058	+0,090	+0,016	+0,050
31.	+0,101	+0,049	+0,088	+0,012	+0,053
32.	+0,114	+0,038	+0,087	+0,010	+0,056
33.	+0,126	+0,026	+0,090	+0,009	+0,059
34.	+0,137	+0,017	+0,095	+0,009	+0,063
35.	+0,141	+0,009	+0,103	+0,008	+0,064
36.	+0,144	+0,003	+0,111	+0,008	+0,066
37.	+0,148	—0,002	+0,118	+0,008	+0,069
38.			+0,124	+0,007	+0,071

DÉTERMINATION DU MÈTRE AUXILIAIRE X.

26 Janvier 1893. I. Obs. : M. Benoît.

Thermomètres N°s	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°s	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	14,310	14,423	X.	16,521	10,668
	14,350		26.	16,292	10,824
	14,390		X.	16,472	10,619
4257...	14,255	14,425	26.	16,480	11,020
	14,300		X.	16,397	10,539
	14,320		26.	16,382	10,921
4411...	14,360	14,422	X.	16,620	10,751
	14,400		26.	16,525	11,061
	14,420		X.	16,694	10,833
4253...	14,340	14,428	26.	16,558	11,090
	14,370		X.	16,770	10,902
	14,400				
Température...		14,426	X.	16,5790	10,7187
			26.	16,4474	10,9832

$$N^\circ X - N^\circ 26 = -0,1316x + 0,2645y$$
$$= +39^{\mu},63 \text{ à } 14^\circ,426$$

27 Janvier 1893. II. Obs. : M. Benoît.

Thermomètres N°s	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°s	Microscopes gauche.	Microscopes droit
				t	t
4254...	14,550	14,561	26.	16,131	10,818
	14,560		X.	16,149	10,420
	14,450		26.	16,940	11,629
4257...	14,510	14,570	X.	16,450	10,727
	14,400		26.	16,370	11,065
	14,400		X.	16,431	10,715
4411...	14,600	14,563	26.	16,300	11,003
	14,500		X.	16,560	10,847
	14,500		26.	16,188	10,881
4253...	14,580	14,570	X.	16,672	10,964
	14,480		26.	16,295	10,990
	14,480				
Température...		14,558	26.	16,3707	11,0643
			X.	16,4524	10,7346

$$N^\circ X - N^\circ 26 = -0,0817x + 0,3297y$$
$$= +41^{\mu},18 \text{ à } 14^\circ,558$$

27 Janvier 1893. III. Obs. : M. Benoît.

Thermomètres N°s	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°s	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	14,170	14,255	X.	16,591	10,969
	14,160		26.	16,690	11,452
	14,220		X.	16,782	11,160
4257...	14,115	14,262	26.	16,541	11,312
	14,110		X.	16,553	10,940
	14,160		26.	16,402	11,169
4411...	14,220	14,263	X.	16,435	10,816
	14,215		26.	16,321	11,084
	14,270		X.	16,278	10,657
4253...	14,195	14,272	26.	16,189	10,949
	14,195		X.	16,474	10,849
	14,245				
Température...		14,258	X.	16,5188	10,8985
			26.	16,4286	11,1932

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,0902x + 0,2947y$$
$$= +38^{\mu},53 \text{ à } 14^\circ,258$$

27 Janvier 1893. IV. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°s	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°s	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	14,460	14,592	X.	17,100	11,371
	14,510		26.	16,918	11,663
	14,585		X.	17,018	11,296
4257...	14,400	14,596	26.	16,934	11,612
	14,470		X.	17,220	11,503
	14,520		26.	17,168	11,842
4411...	14,500	14,586	X.	17,208	11,469
	14,550		26.	17,138	11,820
	14,615		X.	17,262	11,514
4253...	14,485	14,592	26.	17,192	11,870
	14,520		X.	17,586	11,846
	14,600				
Température...		14,591	X.	17,2323	11,4998
			26.	17,0700	11,7494

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,1623x - 0,2496y$$
$$= +41^{\mu},21 \text{ à } 14^\circ,591$$

DÉTERMINATION DU MÈTRE AUXILIAIRE X (suite).

27 Janvier 1893. V. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres			Règles	Microscopes	
Nos	Lectures.	Moy. réd.	Nos	gauche.	droit.
				t	t
4254...	14,310	14,435	26.	16,452	11,202
	14,360		X.	16,792	11,155
	14,415		26.	16,809	11,562
4257...	14,250	14,443	X.	17,075	11,429
	14,300		26.	16,817	11,566
	14,380		X.	16,795	11,143
4411...	14,350	14,436	26.	16,530	11,275
	14,410		X.	17,152	11,500
	14,460		26.	16,801	11,545
4253...	14,320	14,440	X.	17,058	11,400
	14,385		26.	16,308	11,058
	14,440				
Température...		14,439	26.	16,6195	11,3680
			X.	16,9744	11,3254

$$N^o X - N^o 26 = +0,3549x + 0,0426y$$
$$= +39^{\mu},69 \quad \text{à} \quad 14^o,439$$

28 Janvier 1893. VI. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres			Règles	Microscopes	
Nos	Lectures.	Moy. réd.	Nos	gauche.	droit.
				t	t
4254...	14,380	14,453	X.	16,865	11,381
	14,380		26	16,574	11,482
	14,380		X.	16,980	11,492
4257...	14,315	14,448	26.	16,958	11,871
	14,315		X.	16,976	11,487
	14,315		26.	17,074	11,988
4411...	14,420	14,446	X.	17,180	11,690
	14,415		26.	17,018	11,926
	14,415		X.	17,309	11,812
4253...	14,400	14,455	26.	16,836	11,744
	14,400		X.	17,346	11,852
	14,390				
Température...		14,451	X.	17,1093	11,6190
			26.	16,8920	11,8022

$$N^o X - N^o 26 = +0,2173x + 0,1832y$$
$$= +40^{\mu},05 \quad \text{à} \quad 14^o,451$$

28 Janvier 1893. VII. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres			Règles	Microscopes	
Nos	Lectures.	Moy. réd.	Nos	gauche.	droit.
				t	t
4254...	14,455	14,536	26.	17,030	11,934
	14,460		X.	17,237	11,731
	14,470		26.	17,024	11,922
4257...	14,400	14,540	X.	17,028	11,517
	14,410		26.	16,856	11,759
	14,410		X.	17,265	11,757
4411...	14,505	14,538	26.	17,216	12,112
	14,510		X.	17,356	11,842
	14,510		26.	17,138	12,048
4253...	14,485	14,542	X.	17,250	11,739
	14,485		26.	17,100	12,001
	14,485				
Température...		14,539	26.	17,0607	11,9627
			X.	17,2272	11,7172

$$N^o X - N^o 26 = +0,1665x + 0,2455y$$
$$= +41^{\mu},21 \quad \text{à} \quad 14^o,539$$

10 Février 1893. VIII. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres			Règles	Microscopes	
Nos	Lectures.	Moy. réd.	Nos	gauche.	droit.
				t	t
4254...	14,100	14,172	X.	17,113	12,080
	14,110		26.	16,980	12,308
	14,090		X.	17,142	12,102
4257...	14,035	14,179	26.	17,062	12,392
	14,060		X.	17,348	12,298
	14,040		26.	17,142	12,468
4411...	14,130	14,181	X.	17,261	12,218
	14,160		26.	17,164	12,490
	14,170		X.	17,498	12,449
4253...	14,110	14,174	26.	17,270	12,592
	14,120		X.	17,308	12,259
	14,115				
Température...		14,180	X.	17,2783	12,2343
			26.	17,1236	12,4500

$$N^o X - N^o 26 = +0,1547x + 0,2157y$$
$$= +37^{\mu},05 \quad \text{à} \quad 14^o,180$$

DÉTERMINATION DU MÈTRE AUXILIAIRE X (suite).

10 Février 1893. IX. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4234...	14,550	14°,658	26.	17,218	12,490
	14,575		X.	17,243	12,106
	14,635		26.	17,112	12,394
4237...	14,510	14,676	X.	17,322	12,183
	14,520		26.	17,102	12,385
	14,600		X.	17,338	12,208
4411...	14,610	14,667	26.	17,189	12,468
	14,610		X.	17,400	12,268
	14,690		26.	17,107	12,385
4255...	14,590	14,677	X.	17,338	12,189
	14,600		26.	17,269	12,548
	14,675				
Température...		14,664	26.	17,1662	12,4450
			X.	17,3282	12,1908

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,1620.x + 0,2542y$$
$$= +41^{\mu},64 \quad \text{à} \quad 14^\circ,664$$

10 Février 1893. X. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4234...	14,800	14°,882	X.	17,332	12,052
	14,810		26.	16,865	12,068
	14,815		X.	16,988	11,800
4237...	14,740	14,891	26.	17,023	12,278
	14,765		X.	17,292	12,109
	14,775		26.	17,180	12,452
4411...	14,825	14,885	X.	17,407	12,218
	14,860		26.	17,173	12,422
	14,870		X.	17,358	12,165
4255...	14,815	14,886	26.	17,129	12,379
	14,835		X.	17,224	12,034
	14,845				
Température...		14,887	X.	17,2502	12,0630
			26.	17,0620	12,3158

$$N^\circ X - N^\circ 26 = -0,1882.x - 0,2528y$$
$$= -44^{\mu},11 \quad \text{à} \quad 14^\circ,887$$

11 Février 1893. XI. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4234...	14,155	14°,197	26.	17,018	12,350
	14,110		X.	17,105	12,052
	14,110		26.	16,928	12,256
4237...	14,100	14,221	X.	17,320	12,267
	14,080		26.	17,012	12,345
	14,080		X.	17,222	12,172
4411...	14,210	14,218	26.	17,050	12,383
	14,180		X.	17,232	12,184
	14,180		26.	17,118	12,453
4255...	14,185	14,219	X.	17,276	12,224
	14,150		26.	17,042	12,370
	14,145				
Température...		14,211	26.	17,0280	12,3595
			X.	17,2310	12,1798

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,2030.x - 0,1797y$$
$$= +38^{\mu},27 \quad \text{à} \quad 14^\circ,211$$

11 Février 1893. XII. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres. N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4234...	14,170	14°,249	X.	17,163	12,103
	14,175		26.	17,100	12,426
	14,185		X.	17,165	12,103
4237...	14,110	14,249	26.	17,200	12,521
	14,110		X.	17,205	12,147
	14,125		26.	16,921	12,251
4411...	14,215	14,248	X.	17,120	12,061
	14,215		26.	16,950	12,275
	14,230		X.	17,296	12,233
4255...	14,190	14,259	26.	17,055	12,382
	14,200		X.	17,103	12,035
	14,210				
Température...		14,250	X.	17,1753	12,1137
			26.	17,0452	12,3710

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,1301x + 0,2573y$$
$$= +38^{\mu},77 \quad \text{à} \quad 14^\circ,250$$

DÉTERMINATION DU MÈTRE AUXILIAIRE X (suite).

11 Février 1893. XIII. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres. N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	14,210	14,285	26.	17,104	12,423
	14,210		X.	17,156	12,090
	14,220		26.	16,962	12,280
4257...	14,160	14,297	X.	17,062	12,002
	14,160		26.	16,942	12,261
	14,170		X.	17,309	12,240
4411...	14,265	14,300	26.	17,312	12,632
	14,270		X.	17,425	12,360
	14,280		26.	16,863	12,185
4255...	14,225	14,287	X.	17,195	12,129
	14,230		26.	17,080	12,398
	14,230				
Température...		14,292	26.	17,0440	12,3632
			X.	17,2294	12,1642

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,1854x + 0,1990y$$
$$= -38^{\mu},44 \text{ à } 14^\circ,292$$

14 Février 1893. XIV. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres. N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	6,390	6,452	X.	16,152	12,554
	6,390		26.	15,976	12,098
	6,400		X.	15,890	12,292
4257...	6,325	6,452	26.	15,937	12,058
	6,325		X.	15,742	12,146
	6,335		26.	16,309	12,422
4411...	6,430	6,451	X.	15,986	12,383
	6,440		26.	16,210	12,328
	6,445		X.	15,949	12,352
4255...	6,335	6,454	26.	16,096	12,210
	6,340		X.	15,823	12,226
	6,350				
Température...		6,452	X.	15,9237	12,3255
			26.	16,1056	12,2232

$$N^\circ X - N^\circ 26 = -0,1819x - 0,1023y$$
$$= -28^{\mu},41 \text{ à } 6^\circ,452$$

14 Février 1893. XV Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres. N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	21,940	22,021	X.	17,040	10,723
	21,945		26.	16,762	11,501
	21,950		X.	17,339	11,029
4257...	21,930	22,038	26.	16,851	11,589
	21,940		X.	17,280	10,968
	21,950		26.	16,999	11,740
4411...	22,000	22,039	X.	17,389	11,072
	22,000		26.	16,982	11,725
	22,000		X.	17,540	11,217
4255...	21,970	22,041	26.	17,165	11,902
	21,970		X.	17,621	11,295
	21,980				
Température...		22,035	X.	17,3682	11,0507
			26.	16,9518	11,6914

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,4164x + 0,6407y$$
$$= +105^{\mu},76 \text{ à } 22^\circ,035$$

14 Février 1893. XVI. Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	30,290	30,413	X.	18,403	10,606
	30,295		26.	17,412	11,406
	30,380		X.	18,108	10,314
4257...	30,315	30,439	26.	17,126	11,107
	30,335		X.	17,902	10,105
	30,400		26.	16,968	10,950
4411...	30,320	30,428	X.	17,564	9,757
	30,365		26.	17,018	10,998
	30,450		X.	17,610	9,798
4255...	30,330	30,419	26.	16,850	10,821
	30,415		X.	17,545	9,730
	30,450				
Température...		30,418	X.	17,8553	10,0517
			26.	17,0748	11,0564

$$N^\circ X - N^\circ 26 = +0,7805x + 1,0047y$$
$$= +178^{\mu},57 \text{ à } 30^\circ,418$$

DÉTERMINATION DU MÈTRE AUXILIAIRE X (suite).

15 Février 1893. **XVII.** Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	25,935	25°,981	X.	17,604	10,554
	25,910		26.	16,969	11,320
	25,905		X.	17,802	10,745
4257...	25,930	26,008	26.	16,972	11,322
	25,910		X.	17,637	10,584
	25,910		26.	17,019	11,365
4411...	25,975	26,007	X.	17,624	10,572
	25,980		26.	17,023	11,376
	25,960		X.	17,474	10,422
4255...	25,915	25,988	26.	16,981	11,331
	25,905		X.	17,531	10,480
	25,900				
Température...		25,995	X.	17,6120	10,5595
			26.	16,9928	11,3428

$$N^\circ X - N^\circ 26 = + 0,6192x + 0,7833y$$
$$= - 140^\mu,28 \text{ à } 25^\circ,995$$

15 Février 1893. **XVIII.** Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	18,700	18°,799	X.	16,662	10,892
	18,700		26.	16,530	11,550
	18,720		X.	16,822	11,050
4257...	18,685	18,821	26.	16,600	11,614
	18,690		X.	16,711	10,941
	18,710		26.	16,458	11,461
4411...	18,745	18,896	X.	16,693	10,924
	18,775		26.	16,559	11,563
	18,780		X.	16,766	10,997
4255...	18,740	18,815	26.	16,410	11,420
	18,750		X.	16,583	10,805
	18,770				
Température...		18,814	X.	16,7062	10,9348
			26.	16,5114	11,5216

$$N^\circ X - N^\circ 26 = - 0,1948x + 0,5868y$$
$$= + 78^\mu,24 \text{ à } 18^\circ,814$$

16 Février 1893. **XIX.** Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	10,190	10°,260	X.	16,241	11,971
	10,190		26.	16,328	12,105
	10,210		X.	16,363	12,098
4257...	10,110	10,240	26.	16,350	12,120
	10,110		X.	16,354	12,088
	10,125		26.	16,426	12,202
4411...	10,235	10,261	X.	16,553	12,283
	10,235		26.	16,485	12,256
	10,260		X.	16,618	12,341
4255...	10,175	10,271	26.	16,520	12,292
	10,175		X.	16,722	12,448
	10,190				
Température...		10,258	X.	16,4752	12,2048
			26.	16,4218	12,1950

$$N^\circ X - N^\circ 26 = + 0,0534x - 0,0098y$$
$$= - 4^\mu,35 \text{ à } 10^\circ,258$$

16 Février 1893. **XX.** Obs. : M. Guillaume.

Thermomètres N°	Lectures.	Moy. réd.	Règles N°	Microscopes gauche.	Microscopes droit.
				t	t
4254...	0,565	0°,683	X.	14,725	12,175
	0,590		26.	14,833	11,495
	0,615		X.	14,638	12,085
4257...	0,540	0,690	26.	14,820	11,484
	0,570		X.	14,761	12,208
	0,605		26.	14,735	11,401
4411...	0,610	0,695	X.	14,778	12,222
	0,630		26.	15,119	11,779
	0,670		X.	14,846	12,294
4255...	0,560	0,697	26.	14,785	11,455
	0,590		X.	14,566	12,014
	0,610				
Température...		0,691	X.	14,7190	12,1663
			26.	14,8570	11,5214

$$N^\circ X - N^\circ 26 = - 0,1380x - 0,6449y$$
$$= - 78^\mu,39 \text{ à } 0^\circ,691$$

II. — ÉTUDE DES MICROMÈTRES DU COMPARATEUR INTERFÉRENTIEL.

Ces deux micromètres ont été construits par la Société genevoise pour la construction d'instruments de physique et de mécanique, à Genève. Ils présentent la disposition ordinaire. Les tambours sont divisés en 50 parties. Le champ comprend 40 tours de vis, que nous numérotons de 0 à 40, entre l'origine et la fin du peigne. Un millimètre équivaut très sensiblement à 20 tours, en sorte que la division du tambour correspond à peu près au micron.

On a déterminé sur ces micromètres l'*erreur progressive*, l'*erreur périodique*, et la *tare*.

La méthode pour la détermination des erreurs ou des corrections d'un micromètre consiste toujours, en principe, à mesurer une même quantité en se servant successivement de portions différentes de la vis. Le nombre, la grandeur et le mode de combinaison des quantités ainsi utilisées peuvent d'ailleurs varier suivant les qualités des instruments étudiés, l'emploi qui en a été fait, et le degré de précision que l'on désire obtenir. Les procédés habituellement mis en usage au Bureau international ont été décrits dans ses publications [1]; on y renverra pour tous détails, en indiquant seulement ici très brièvement comment ils ont été appliqués au cas actuel.

Détermination des corrections progressives. — Pour déterminer les erreurs progressives, c'est-à-dire les irrégularités dues à l'inégalité du pas de la vis dans ses diverses parties, on doit employer des intervalles dont la grandeur correspond sensiblement à un nombre entier de tours. On s'est servi d'une division tracée au diamant sur verre, en traits très fins, en dixièmes de millimètre; cette division a été posée, par l'intermédiaire d'un support convenable, sur l'un des chariots du comparateur interférentiel, au-dessous du microscope à étudier, sous lequel elle pouvait être déplacée longitudinalement à volonté en agissant sur ce chariot par la vis correspondante. L'étude de la vis pour chacun des micromètres a été faite entre les tours 10 et 30, symétriques par rapport au milieu du champ. On a mesuré successivement l'intervalle [0,0 — 0,2] de la division sur verre (2 dixièmes de millimètre) entre les tours 10 et 14, 14 et 18, 18 et 22, 22 et 26, 26 et 30. Ensuite on a mesuré l'intervalle [0,0 — 0,4] (4 dixièmes de millimètre) entre les tours 10 et 18, 14 et 22, 18 et 26, 22 et 30, et ainsi de

[1] *Voir*, en particulier, *Travaux et Mémoires*, t. II, *Mesures de dilatation et Comparaisons des Règles métriques*, par J.-R. Benoît, p. C.103 et suiv.

suite, en continuant à augmenter de 2 dixièmes de millimètre l'intervalle mesuré. Les pointés étaient faits toujours dans le voisinage de la division 0 du tambour, c'est-à-dire de l'origine de chacun des tours, en marchant d'abord de la gauche vers la droite, puis de la droite vers la gauche, de manière à doubler les mesures, et les résultats moyens ont été introduits dans le calcul. Enfin, comme une première détermination avait conduit à trouver pour le micromètre gauche des erreurs sensiblement plus grandes que pour l'autre, on a cru devoir la contrôler en répétant une deuxième fois toute l'opération.

Les résultats de ces mesures sont résumés dans les Tableaux qui suivent. La lettre *t* indique les tours ou révolutions de la vis; *d* indique les divisions du tambour (cinquantièmes de tour).

Micromètre gauche — Observateur : M. Benoît.

Intervalle de 0mm,2			Intervalle de 0mm,4			Intervalle de 0mm,6			Intervalle de 0mm,8		
mesuré			mesuré			mesuré			mesuré		
t	t	d	t	t	d	t	t	d	t	t	d
de 10 à	14	4 — 0,05	de 10 à	18	8 — 3,65	de 10 à	22	12 — 3,80	de 10 à	26	16 — 4,80
14	18	— 0,45	14	22	3,30	14	26	— 3,55	14	30	— 5,45
18	22	— 0,10	18	26	3,30	18	30	3,30			
22	26	— 0,05	22	30	3,25						
26	30	— 0,40									

Micromètre droit — Observateur : M. Benoît.

Intervalle de 0mm,2			Intervalle de 0mm,4			Intervalle de 0mm,6			Intervalle de 0mm,8		
mesuré			mesuré			mesuré			mesuré		
t	t	d	t	t	d	t	t	d	t	t	d
de 10 à	14	4 — 4,05	de 10 à	18	8 — 5,10	de 10 à	22	12 — 9,17	de 10 à	26	16 — 12,22
14	18	— 4,32	14	22	— 5,02	14	26	— 9,47	14	30	— 12,80
18	22	— 4,22	18	26	— 5,80	18	30	— 9,75			
22	26	— 4,33	22	30	— 6,42						
26	30	— 4,62									

En appliquant à ces observations le mode de calcul de M. Thiesen, qui est extrêmement simple et d'une précision plus que suffisante [1], on en déduit les corrections suivantes :

[1] Voir *Traité pratique de la Thermométrie de précision*, par M. Guillaume, p. 67; 1890.

Micromètre gauche.

Tours.	Corrections.
t	d
10	0,00
14	— 0,11
18	— 0,11
22	— 0,01
26	— 0,16
30	0,00

Micromètre droit.

Tours.	Corrections.
t	d
10	0,00
14	— 0,21
18	— 0,35
22	— 0,53
26	— 0,35
30	0,00

On pourrait supposer que l'erreur progressive du micromètre suit une marche régulière, c'est-à-dire que chacune des longueurs représentée par quatre révolutions consécutives de la vis est égale à la longueur précédente, augmentée (ou diminuée) d'une petite quantité constante ε. Cette hypothèse, assez plausible *a priori* pour la petite longueur dans l'étendue de laquelle l'étude est faite, semble à peu près justifiée par la forme assez régulière et symétrique de la courbe des corrections fournie par l'expérience pour le micromètre droit, dans lequel ces corrections paraissent sensiblement supérieures aux erreurs de leur détermination. Si l'on applique cette hypothèse aux deux micromètres, le calcul des observations précédentes donne :

Pour le micromètre gauche..... $\varepsilon = -0^{d},015$,
Pour le micromètre droit..... $-0^{d},144$,

et conduit, par suite, à substituer aux Tables précédentes les Tables symétriques qui suivent :

Micromètre gauche.

Tours.	Corrections.
t	d
10	0,00
14	— 0,03
18	0,045
22	0,045
26	— 0,03
30	0,00

Micromètre droit.

Tours.	Corrections.
t	d
10	0,00
14	— 0,29
18	— 0,43
22	— 0,43
26	— 0,29
30	0,00

Les différences entre ces dernières corrections et les précédentes sont certainement de l'ordre de grandeur de leurs incertitudes. L'emploi des unes ou des autres serait d'ailleurs complètement indifférent, et ne changerait rien au résultat final. Ce sont les dernières qui ont été adoptées, et avec lesquelles on a fait les réductions des comparaisons entre l'étalon IX et le mètre auxiliaire X.

Détermination des corrections périodiques. — La correction périodique d'une

vis, qui se reproduit de tour en tour, peut être, comme on le sait, représentée par une expression de la forme

$$c_u = a_1 \cos u + b_1 \sin u + a_2 \cos 2u + b_2 \sin 2u,$$

où u est la lecture du tambour, et a_1, b_1, a_2, b_2 des constantes à déterminer par l'expérience.

Pour déterminer ces corrections, on s'est servi de l'étalon IX de la manière suivante. On a établi, en prenant comme source la lumière de la soude, des franges circulaires, avec une différence de marche de quelques millimètres entre les rayons interférents, sur l'une des surfaces de cet étalon. Celui-ci étant posé sur son chariot, on amenait d'abord ces franges à présenter la phase *nulle*, c'est-à-dire le minimum de lumière au centre; et à ce moment on pointait, au moyen du microscope à étudier, le trait de repère de l'index. On déplacait ensuite le chariot, au moyen du mouvement lent de la vis, de manière à faire passer exactement 17 franges; on pointait de nouveau le trait; et ainsi de suite, de la même manière, jusqu'à ce qu'on eût fait parcourir au chariot le chemin correspondant à une révolution entière de la vis micrométrique, c'est-à-dire un ~~dixième~~ vingtième de millimètre. Les différences des pointés successifs obtenus sur le trait représentent donc les valeurs d'une même longueur, égale à $17\frac{\lambda}{2} = 5^{\mu},009$ (c'est-à-dire très sensiblement correspondante à un dixième de tour) mesurée dans les parties successives d'une révolution. La combinaison de ces résultats, par la méthode de calcul de Bessel, fournit les constantes de l'équation ci-dessus et les valeurs les plus probables des corrections.

Ce procédé suppose que le déplacement du chariot est exactement rectiligne dans toute l'étendue du mouvement. *A priori*, on pourrait admettre que la courbure de la coulisse sur laquelle il glisse doit être absolument insensible sur une longueur d'un dixième de millimètre. Toutefois on a un moyen de vérification extrêmement précis par les franges elles-mêmes, en s'assurant que le parallélisme de la surface de l'étalon avec le plan de référence, qui reste tout le temps immobile et invariable, n'est point troublé. En outre, comme contrôle, on a fait l'expérience sur deux révolutions successives du micromètre, utilisant ainsi, pour l'une et pour l'autre, des parties différentes de la coulisse. Les opérations étaient faites, comme toujours, en marchant de la gauche vers la droite, et ensuite de la droite vers la gauche. Toute la détermination a été recommencée trois fois pour chacun des micromètres.

Les Tableaux suivants résument ces expériences : les nombres qui remplissent

les colonnes de chacun d'eux représentent les valeurs successives, en divisions du tambour, d'une longueur de $5^{\mu},009$, mesurée d'abord entre les divisions 0 et 5, puis 5 et 10, 10 et 15, etc., jusqu'à 45-50. D'après ce qu'on vient de dire, chacun des nombres des deux premières colonnes de chaque Tableau est la moyenne de 6 mesures indépendantes.

Observateur : M. Benoît.

Micromètre gauche.			Micromètre droit.		
Révolution		Moyenne.	Révolution		Moyenne.
[19·20].	[20·21].		[19·20].	[20·21].	
d	d	d	d	d	d
5,22	5,08	5,15	4,80	4,88	4,84
5,00	5,12	5,06	5,13	4,85	4,99
5,13	5,03	5,08	5,02	5,33	5,17
5,02	5,10	5,06	5,08	4,97	5,02
5,02	5,02	5,02	4,98	5,07	5,02
5,05	5,20	5,12	5,02	4,97	4,99
4,98	5,05	5,01	5,00	4,90	4,95
5,20	5,02	5,11	4,75	4,73	4,74
5,07	5,18	5,12	4,83	4,93	4,88
5,17	5,10	5,13	4,93	4,97	4,95

Le calcul des résultats moyens conduit finalement aux corrections suivantes :

Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
Lecture du tambour.	Correct.	Lecture du tambour.	Correct.
d	d	d	d
0	— 0,03	0	+ 0,18
5	— 0,06	5	— 0,20
10	— 0,07	10	— 0,14
15	— 0,04	15	— 0,01
20	— 0,01	20	— 0,12
25	— 0,01	25	— 0,19
30	— 0,04	30	— 0,18
35	— 0,06	35	— 0,11
40	— 0,06	40	— 0,01
45	— 0,03	45	— 0,09

Les corrections trouvées pour le micromètre gauche sont donc extrêmement faibles et presque sûrement incertaines de toute leur valeur; il ne paraît pas en être de même de celles du micromètre droit : si l'on effectue séparément le calcul pour les deux révolutions dans lesquelles ont été faites les mesures, on trouve deux courbes très peu différentes. Ainsi, aussi bien au point de vue des erreurs périodiques que des erreurs progressives, le micromètre gauche présente sur l'autre une supériorité très appréciable.

En partant des divers résultats qui viennent d'être donnés, on a construit les tables des corrections totales, pour les deux micromètres, de division en division du tambour ; les corrections progressives s'interpolent linéairement, les corrections périodiques au moyen d'un procédé graphique. On a appliqué ces corrections à toutes les comparaisons qui ont été faites entre l'étalon IX et le mètre auxiliaire X.

Tare. — La tare des micromètres ne présente aucune difficulté ; elle se fait en mesurant, au moyen de ces micromètres, un intervalle de grandeur convenable et de valeur exactement connue. On s'est servi pour cela du millimètre normal du Bureau international, faisant partie de la division de la *Règle normale*, qui a été antérieurement très soigneusement étudiée. Le résultat moyen de ces opérations, après avoir appliqué aux lectures les corrections des vis précédemment déterminées, a été :

Micromètre gauche.....	1 divis.	= 0$^{\mu}$,9843
» droit.....		= 1$^{\mu}$,0075

On a adopté ces valeurs pour toute la durée du travail.

ANNEXE II.

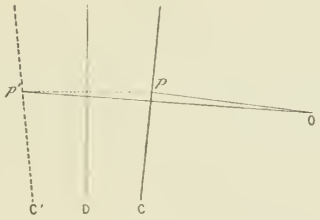
THÉORIE DE L'APPAREIL D'INTERFÉRENCE.

ANNEXE II.

THÉORIE DE L'APPAREIL D'INTERFÉRENCE.

Forme et position des franges d'interférence. — Le dispositif qui constitue le réfractomètre employé dans ce travail est équivalent à une lame d'air dont l'épaisseur (*fig.* 1, p. 10) serait AD — AC, et dont l'angle serait celui qui est compris entre la surface C et l'image de la surface D produite par la surface A. Soient C et D (*fig.* 22) les projections des deux plans qui limitent cette lame

Fig. 22.



d'air. L'intensité lumineuse en un point O (qui peut être hors du plan de la figure) dépendra de la différence de phase moyenne de tous les couples de rayons émanés de la source, et arrivant au point O après réflexion sur les miroirs [1].

Si la surface lumineuse est suffisamment étendue, l'intensité au point O sera indépendante de la distance, de la forme et de la position de cette surface. Nous pourrons donc supposer qu'elle coïncide avec C. Son image par rapport au plan C sera alors dans ce plan lui-même, et son image dans le plan D sera une surface C′ symétrique de C par rapport à D. Chaque point p de la première image aura son correspondant en un point p' de la seconde, placé symétriquement, et se trouvant au même instant dans la même phase de vibration. Dès lors, nous pourrons sup-

[1] Un couple de rayons est l'ensemble de deux rayons émanés originairement du même point.

primer la source réelle et les miroirs, et remplacer le tout par ces deux images, sans modifier en aucune façon le mouvement résultant au point O.

Considérons un couple de points p et p', et posons

$$pp' = 2t; \qquad Op = R; \qquad Op' = R';$$

$$\widehat{Op'p} = \delta; \qquad \widehat{pOp'} = \omega, \qquad R' - R = \Delta.$$

On aura

$$\Delta = 2t\cos\delta - 2R\sin^2\frac{\omega}{2}$$

ou

$$\Delta = 2R\left(\frac{t}{R}\cos\delta - \sin^2\frac{\omega}{2}\right).$$

Mais

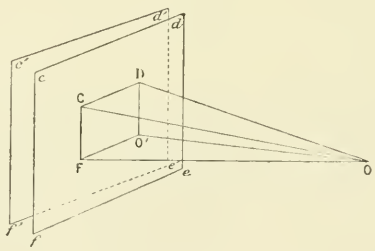
$$\sin\omega = \frac{2t}{R}\sin\delta;$$

si $\frac{t}{R}$ et δ sont petits, $\sin^2\frac{\omega}{2}$ sera une petite quantité de quatrième ordre que l'on pourra négliger. Nous pourrons donc écrire simplement, avec une très grande approximation,

$$(1) \qquad \Delta = 2t\cos\delta.$$

Soient maintenant $cdef$, $c'd'e'f'$ (*fig.* 23) les deux images, qui comprennent

Fig. 23.



entre elles le petit angle 2γ, et dont l'intersection est parallèle à cf; soit O le point pour lequel nous nous proposons de déterminer la différence de phase Δ. Abaissons la perpendiculaire OO' sur $cdef$, et soit C l'un des deux points formant un couple; complétons maintenant le rectangle CFO'D, dont le côté CF est parallèle à cf. On aura

$$COO' = \delta.$$

Posons

$$O'OF = i, \qquad O'OD = \theta, \qquad OO' = P;$$

soit enfin $2t_0$ la distance entre les deux surfaces au point O'. La distance entre le point C et son image sera

$$2t = 2t_0 + 2FO' \operatorname{tang}\varphi = 2(t_0 + P \operatorname{tang} i \operatorname{tang}\varphi).$$

Introduisant cette valeur dans celle de Δ, et y remplaçant également $\cos\delta$ par son expression en fonction de i et θ, nous aurons finalement

$$(2) \qquad \Delta = \frac{2(t_0 + P \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang} i)}{\sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 i + \operatorname{tang}^2\theta}}.$$

Cette équation montre que Δ peut prendre en général toutes les valeurs possibles, et que, par suite, tout phénomène d'interférence doit disparaître en O. Pour apercevoir des franges, il est, en général, nécessaire de limiter le pinceau de lumière, de telle sorte que la différence des valeurs extrêmes de Δ reste inférieure à une demi-longueur d'onde.

On peut se proposer de chercher la distance P à laquelle les franges ont le plus de netteté pour une ouverture donnée. La solution rigoureuse de ce problème dépend de la forme de l'ouverture, et présente, en général, des difficultés considérables. Pour le but que nous nous proposons, il suffira de différencier l'équation (2) par rapport à θ et à i, et d'égaler les différentielles à zéro. Nous aurons donc

$$(3) \qquad \frac{d\Delta}{d\theta} = -2\,\frac{(t_0 + P \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang} i)\dfrac{\operatorname{tang}\theta}{\cos^2\theta}}{(1 + \operatorname{tang}^2 i + \operatorname{tang}^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

et

$$(4) \qquad \frac{d\Delta}{di} = 2\,\frac{(1 + \operatorname{tang}^2 i + \operatorname{tang}^2\theta)\,P\dfrac{\operatorname{tang}\varphi}{\cos^2 i} - (t_0 + P \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang} i)\dfrac{\operatorname{tang} i}{\cos^2 i}}{(1 + \operatorname{tang}^2 i + \operatorname{tang}^2\theta)^{\frac{3}{2}}}.$$

Pour $\dfrac{d\Delta}{d\theta} = 0$, nous aurons

$$(5) \qquad \theta = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Delta = 0;$$

ce qu'on pouvait prévoir par raison de symétrie.

D'autre part, pour $\frac{d\Delta}{di} = 0$, on aura

$$(6) \qquad P = \frac{t_0}{\operatorname{tang}\varphi} \operatorname{tang} i \cos^2\theta.$$

Si l'épaisseur de la lame est nulle, les franges se forment à la surface des miroirs. Si les surfaces sont parallèles ($\varphi = 0$), les franges apparaissent à l'infini. Si l'on a en même temps $\varphi = 0$ et $t_0 = 0$, la position des franges est indéterminée. Les franges apparaissent en avant ou en arrière des miroirs, suivant que les signes de i et de φ sont les mêmes ou sont opposés.

Revenons à l'équation (2) et posons

$$k = \operatorname{tang}\varphi, \qquad x = \operatorname{tang} i, \qquad y = \operatorname{tang}\theta;$$

nous aurons, pour l'équation des courbes d'interférence vues au travers d'une petite ouverture,

$$(7) \qquad \Delta^2 y^2 = (4 P^2 k^2 - \Delta^2) x^2 + 8 t_0 P k x + (4 t_0^2 - \Delta^2).$$

Cette équation est celle d'une section conique dont l'axe est parallèle à l'intersection des surfaces.

Deux cas sont particulièrement intéressants : 1° lorsque les surfaces sont parallèles, $k = 0$, et l'équation se réduit à

$$x^2 + y^2 = \left(2\frac{t}{\Delta}\right)^2 - 1;$$

c'est l'équation d'un système de circonférences dont l'axe est situé sur la perpendiculaire passant par le point O, et dont les rayons sont donnés très approximativement par la formule

$$r = \sqrt{\frac{n\lambda}{t}},$$

où $n\lambda = 2t - \Delta$ représente la différence de phase comptée à partir du centre ; 2° lorsque t_0 et Δ sont très petits, l'équation représente une série de lignes très approximativement droites et parallèles à l'intersection des surfaces, et dont les distances respectives sont données par la formule

$$b = \frac{\lambda}{2k}.$$

Conditions limites de la visibilité. — Il est intéressant de déterminer les conditions extrêmes dans lesquelles les franges sont encore visibles. On peut le faire approximativement, en partant de la supposition que cette limite est atteinte lorsque la plus grande différence de phase des rayons qui entrent dans la lunette est d'une longueur d'onde.

Dans le premier cas, pour $\varphi = 0$, les franges ont le maximum de netteté pour $P = \infty$, c'est-à-dire lorsque la lunette est ajustée pour des rayons parallèles. Dans ce cas, l'angle d'incidence δ est le même pour tous les rayons partant d'un point donné des franges d'interférence. Si nous désignons par L la distance O'C (*fig.* 23), nous aurons pour le rayon central, au lieu de l'équation (1), l'équation

$$\Delta = 2(l_0 - L\varphi)\cos\delta, \tag{8}$$

et pour une distance égale à a, demi-diamètre de l'objectif,

$$\Delta_1 = 2[l_0 - (L - a)\varphi]\cos\delta.$$

La différence entre ces deux valeurs doit être moindre qu'une demi-longueur d'onde, condition qui pour de petits angles implique approximativement $\varphi < \frac{\lambda}{2a}$, c'est-à-dire que l'inclinaison des surfaces doit être moindre que la limite de résolution de la lunette.

Dans le second cas, $P = 0$, c'est-à-dire que la lunette doit être ajustée sur la surface des miroirs. La différence de marche pour la frange centrale est

$$\Delta = 2l,$$

et celle du rayon extrême

$$\Delta_1 = 2l\cos\beta;$$

la différence doit être moindre qu'une longueur d'onde, d'où

$$l < \frac{\lambda}{\beta^2}.$$

Si, par exemple, la distance de l'objectif aux miroirs est 5 fois le diamètre de celui-ci, l'épaisseur de la lame d'air ne doit pas dépasser 100 longueurs d'onde; au-dessous de cette limite, les franges sont toujours visibles, quelle que soit l'inclinaison des surfaces.

On peut donner une solution plus exacte au problème dans le premier cas. L'intensité au foyer de la lunette est

$$I = \int\int \cos^2 \tfrac{1}{2} k \Delta \, dx \, dy, \qquad \text{où} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Si l'ouverture est un rectangle dont la hauteur est $2b$ et la largeur $2a$, on aura

$$I = 2b \int_{-a}^{+a} \cos^2 \tfrac{1}{2} k \Delta \, dx.$$

Mais

$$\Delta = 2(l_0 - \varphi x),$$

d'où

$$I = 2b \left(a + \cos 2 k l_0 \frac{\sin 2 k \varphi a}{2 k \varphi} \right).$$

Le maximum de I est

$$2b \left(a + \frac{\sin 2 k \varphi a}{2 k \varphi} \right);$$

et son minimum

$$2b \left(a - \frac{\sin 2 k \varphi a}{2 k \varphi} \right);$$

il en résulte (1)

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \frac{\sin 2 k \varphi a}{2 k \varphi a}.$$

Si φ_0 est la limite de résolution de la lunette, cette expression devient (2)

$$V = \frac{\sin 2\pi \dfrac{\varphi}{\varphi_0}}{2\pi \dfrac{\varphi}{\varphi_0}}.$$

(1) *Voir* Annexe III.

(2) Il résulte de cette formule que, si la visibilité V doit être estimée par des observations faites à l'aide d'une lunette ayant une ouverture carrée de 12^{mm} (ou une ouverture circulaire d'un quart environ plus grande), une erreur d'une seconde d'arc diminuerait la visibilité de 4 à 5 pour 100. Par conséquent, si les coulisses sur lesquelles se meut le chariot portant le miroir ne sont pas ajustées avec cette approximation, il est nécessaire de régler celui-ci pour chaque observation, si l'on veut obtenir la véritable courbe représentant les variations de visibilité lorsqu'on augmente la différence de marche. Ce réglage peut se faire avec une grande précision en déplaçant le faisceau lumineux de droite à gauche et en ajustant les miroirs de telle sorte qu'il n'y ait aucune modification dans la grandeur des anneaux. Comme l'erreur admissible dans le réglage est inversement proportionnelle à l'ouverture, les observations sont facilitées en rendant cette dernière aussi petite qu'il est possible de le faire sans trop diminuer la lumière. Ces précautions sont d'autant plus nécessaires que les surfaces sont moins parfaites.

Les franges disparaissent entièrement si

$$2k\varphi a = \pi,$$

c'est-à-dire pour

$$\varphi = \frac{\lambda}{2a};$$

ce résultat concorde avec la solution approximative donnée plus haut

Erreurs dues au défaut de parallélisme. — Outre la diminution de netteté, un défaut de parallélisme des surfaces produit deux autres effets : un déplacement du centre des anneaux, et une altération dans la phase de l'anneau central.

Le déplacement s'effectue évidemment dans une direction perpendiculaire à l'intersection des surfaces, et le calcul peut être limité à cette direction. En posant donc $\theta = 0$ dans l'équation (8), on trouve

$$\Delta = 2(l_0 + L\varphi)\cos i.$$

Si les franges sont observées par une lunette dont l'objectif est à une distance S des miroirs, on a $L = S \operatorname{tang} i$, et par suite

$$\Delta = 2(l_0 \cos i + S\varphi \sin i). \tag{9}$$

Le centre des anneaux correspond à un angle i_1 tel que $\frac{d\Delta}{di} = 0$. Cette condition donne

$$\operatorname{tang} i_1 = \frac{S}{l_0}\varphi.$$

Mais il en résulte aussi un changement de phase au centre; car, en substituant cette valeur de i dans l'équation (9), on obtient

$$\Delta_1 = 2\sqrt{l_0^2 + S^2\varphi^2}$$

au lieu de

$$\Delta_0 = 2l_0.$$

Si φ est très petit, on a, pour la différence de phase,

$$\frac{\Delta_1 - \Delta_0}{\lambda} = \frac{S^2\varphi^2}{\lambda l_0}.$$

Dans toutes les expériences qui font l'objet de ce travail, φ n'a jamais

dépassé $2,5 \times 10^{-6}$. Pour le plus court des étalons, $\frac{S^2}{\lambda t_0}$ était plus petit que $1,6 \times 10^9$, de telle sorte que la différence de phase correspondante était inférieure à 0,01, quantité inférieure aux erreurs inévitables d'observation.

Si, d'autre part, on déplace la lunette dans une direction perpendiculaire à l'intersection des surfaces, il se produit un changement de phase égal à la variation qui en résulte dans la valeur de t_0; en désignant ce déplacement par d, on aura

$$\Delta - \Delta_1 = 2\varphi d.$$

Cette erreur est de beaucoup la plus importante qui soit à craindre, et ce n'est qu'en employant ce procédé (ou son équivalent qui consiste à faire mouvoir le faisceau lumineux de droite à gauche ou de haut en bas au moyen de l'*appareil de déplacement*) qu'il est possible d'atteindre le degré de précision nécessaire dans le réglage du parallélisme.

Effet de l'achromatisme. — Lorsque les chemins optiques parcourus par les deux faisceaux sont les mêmes, les franges en lumière blanche sont colorées symétriquement; la frange centrale, correspondant à des chemins égaux, est noire, si la glace séparatrice n'est pas argentée. Lorsque cette condition n'est pas satisfaite, si, par exemple, la lame B (*fig.* 1, p. 10) n'est pas parallèle à la lame A ou possède une épaisseur différente, la distribution des couleurs est modifiée par l'effet de l'*achromatisme* dû à la dispersion du verre, comme M. Cornu l'a montré le premier ([1]).

L'effet d'un excès de chemin dans le verre pour l'un des faisceaux est le même, qu'il soit dû à une différence d'épaisseur ou d'inclinaison de la plaque, et il est indépendant de la position de celle-ci. On peut donc représenter, par exemple, cet excès d'épaisseur comme dû à une lame de verre qui serait en contact avec l'un des miroirs; soient CD (*fig.* 24) la surface commune, et EF l'image du second miroir, que nous supposons parallèle.

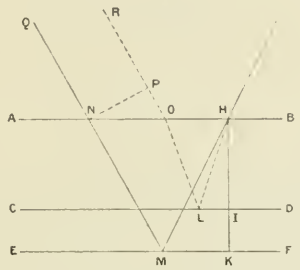
Appelons $t = \mathrm{HI}$ l'épaisseur du verre, i l'angle d'incidence, r l'angle de réfraction, n l'indice, λ la longueur d'onde de la lumière; posons enfin $\mathrm{HK} = s$ et $n_0 = \frac{s}{t}$.

On démontrerait aisément que le chemin des rayons dans le réfractomètre est équivalent à celui qui est indiqué dans la figure, l'un des rayons suivant la route QNMH, et l'autre la route ROLH.

([1]) A. Cornu, *Sur la condition d'achromatisme dans les phénomènes d'interférence* (*Comptes rendus*, t. XCIII, p. 809; 1881).

Si les miroirs CD, EF sont parallèles, les courbes d'interférence sont, comme il a été démontré précédemment, des cercles concentriques à l'infini. Par conséquent, les rayons QN et RO, dont on doit déterminer le chemin, sont parallèles,

Fig. 24.



et coïncident à partir du point H. Leur différence de marche est

$$2\,\mathrm{NM} - 2\,\mathrm{HL} - \mathrm{OP},$$

et leur différence de phase est

$$(10)\qquad \left\{\begin{aligned} \Delta &= \frac{2\,\mathrm{NM}}{\lambda} - \frac{2\,\mathrm{HL}}{\frac{\lambda}{n}} - \frac{\mathrm{OP}}{\lambda} \\ &= \frac{2\,n_0 t}{\lambda \cos i} - \frac{2\,nt}{\lambda \cos r} - \frac{2\,t}{\lambda}(n_0 \operatorname{tang} i - \operatorname{tang} r)\sin i \\ &= \frac{2\,t}{\lambda}(n_0 \cos i - n \cos r). \end{aligned}\right.$$

Pour l'incidence normale, cette expression se réduit à

$$(11)\qquad \Delta = \frac{2\,t}{\lambda}(n_0 - n) = \frac{2}{\lambda}(s - nt).$$

La condition d'achromatisme est, ainsi que l'a montré M. Cornu, $\frac{d\Delta}{d\lambda} = 0$; ce qui donne

$$\frac{d\Delta}{d\lambda} = -\frac{2(s - nt)}{\lambda^2} - \frac{2\,t}{\lambda}\frac{dn}{d\lambda} = 0,$$

d'où

$$\Delta_0 = -2\,t\frac{dn}{d\lambda}.$$

En adoptant la formule de Cauchy,

$$n = a_1 + \frac{a_2}{\lambda^2},$$

on aura

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2a_2}{\lambda^3},$$

d'où

$$\Delta_0 = 4t\frac{a_2}{\lambda^3}. \tag{12}$$

Cette équation montre que la différence de phase correspondant à la frange achromatique est proportionnelle à l'épaisseur du verre et à son pouvoir dispersif. Elle varie comme l'inverse du cube de la longueur d'onde, de telle sorte que la couleur achromatisée tendra vers le rouge pâle pour des distances plus petites que Δ_0, et vers un bleu verdâtre pâle pour des distances plus grandes. Le même raisonnement peut être appliqué au cas général où la variation de Δ est une fonction de l'angle d'incidence, de telle sorte que les franges ne sont colorées symétriquement que si $t = 0$.

Correction pour la dispersion du compensateur. — Si la dispersion du verre était négligeable, le nombre de divisions du compensateur, correspondant à un changement dans le chemin optique égal à une longueur d'onde, serait simplement proportionnel à la longueur d'onde. Pour calculer la correction à appliquer à cause de la dispersion, on différentiera l'équation (10) par rapport à i: on aura

$$\frac{d\Delta}{di} = \frac{2t}{\lambda}\left(n\sin r\frac{dr}{di} - n_0\sin i\right).$$

Mais la relation $\sin i = n\sin r$ donne

$$\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n\cos r},$$

d'où

$$\frac{d\Delta}{di} = \frac{2t}{\lambda}(\operatorname{tang} r\cos i - n_0\sin i).$$

Si l'excès du verre est négligeable, $n_0 = 1$, et

$$\frac{d\Delta}{di} = \frac{2t}{\lambda}\cos i(\operatorname{tang} i - \operatorname{tang} r).$$

Si la dispersion était nulle, la valeur d'une onde en divisions du compensateur serait simplement proportionnelle à λ; pour trouver la correction due au facteur entre parenthèses, désignons-le par ρ et prenons sa dérivée par rapport à n. Nous aurons

$$\frac{d\rho}{dn} = \frac{1}{\cos^2 r}\frac{dr}{dn}.$$

Mais

$$\frac{dr}{dn} = -\frac{\sin i}{n^2 \cos r},$$

ce qui donne

$$\frac{d\rho}{dn} = \frac{\sin i}{n^2 \cos^3 r}.$$

Si $i = 45^\circ$ et $n = 1,5$, on aura

$$\frac{d\rho}{dn} = 0,46 \qquad \text{et} \qquad \rho = 0,47,$$

d'où résulte

$$\frac{d\rho}{\rho} = dn.$$

Ainsi, si la différence de réfraction pour le rouge et le bleu est de 0,03, valeur relativement élevée, le changement correspondant dans la constante du compensateur sera de 3 pour 100.

ANNEXE III.

THÉORIE DE LA VISIBILITÉ DES FRANGES D'INTERFÉRENCE

ET ÉTUDE DE DIVERSES SOURCES LUMINEUSES.

ANNEXE III.

THÉORIE DE LA VISIBILITÉ DES FRANGES D'INTERFÉRENCE

ET ÉTUDE DE DIVERSES SOURCES LUMINEUSES [1].

L'intensité de la lumière due à la superposition de deux séries d'ondes homogènes est

$$I_1 = \frac{1}{4}\cos^2\pi\frac{D}{\lambda}, \tag{1}$$

D étant la différence de marche et λ la longueur d'onde.

Lorsque la lumière n'est pas homogène, mais qu'elle est constituée par des radiations dont les nombres d'ondes sont compris entre deux valeurs n_1 et n_2, l'intensité est donnée par :

$$I = \int_{n_1}^{n_2} I_1\,dn = \frac{1}{4}\int_{n_1}^{n_2} \psi(n)\cos^2\pi Dn\,dn, \tag{2}$$

où $\psi(n)\,dn$ représente l'éclairement provenant de la portion comprise entre n et $n + dn$.

Si nous remplaçons n par $\bar{n} + x$, $\bar{n}$ étant le nombre d'ondes moyen, et si nous

[1] Les pages qui suivent sont empruntées, pour la plus grande partie, à deux Notes qui ont été insérées dans le *Philosophical Magazine* en 1891 et 1892. Il a paru utile de les reproduire ici, non seulement parce qu'elles résument des études qui constituaient la condition préliminaire indispensable de la détermination du mètre en longueurs d'onde, mais encore parce que les résultats qu'elles contiennent justifient l'emploi exclusif de la vapeur de cadmium, qui a été fait dans tout ce travail, comme devant fournir les longueurs d'ondes auxquelles on a rapporté jusqu'à présent l'unité fondamentale du Système métrique.

posons $n_1 = \overline{n} - \frac{a}{2}$, $n_2 = \overline{n} + \frac{a}{2}$, nous aurons, en remplaçant $\psi(n)$ par $\varphi(x)$:

$$I = 4 \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \varphi(x) \cos^2 \pi D(\overline{n} + x)\, dx.$$

Développant, supprimant le facteur 2, et posant

$$\int \varphi(x)\, dx = P, \qquad \int \varphi(x) \cos 2\pi Dx\, dx = C,$$

$$2\pi D\overline{n} = \mathfrak{z}, \qquad \int \varphi(x) \sin 2\pi Dx\, dx = S,$$

nous aurons

$$(3) \qquad I = P + C \cos \mathfrak{z} - S \sin \mathfrak{z}.$$

Si a est suffisamment petit, les variations de C et S avec $\mathfrak{z}$ peuvent être négligées, et les maxima et minima sont déterminés par l'équation

$$\operatorname{tang} \mathfrak{z} = -\frac{S}{C},$$

d'où l'on déduit

$$(4) \qquad I = P \pm \sqrt{C^2 + S^2}.$$

L'éclat ou *visibilité* des franges est une quantité assez difficile à définir. L'expression la plus simple, et en même temps la plus utile, que nous puissions imaginer pour représenter cette quantité, est

$$(5) \qquad V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2},$$

I_1 et I_2 étant les intensités respectives à un maximum et au minimum voisin. Cette expression s'annule lorsque les deux intensités sont égales, et atteint sa plus grande valeur, l'unité, lorsque les minima sont noirs.

Si nous admettons que la visibilité est la valeur la plus grande de $\frac{-\frac{dI}{d\theta}}{\frac{1}{2}(I_1 + I_2)}$ et en outre que l'intensité des franges peut être représentée par

$$I = H + K \cos \theta,$$

nous aurons, dans ce cas comme dans le précédent,

$$V = V_1 = \frac{k}{H};$$

mais, si nous définissons V comme le maximum de $\frac{\frac{dI}{d\mathfrak{Z}}}{I}$, nous aurons

$$V_2 = \frac{k}{\sqrt{H^2 - k^2}}.$$

Nous avons donc les relations

$$V_1 = V \qquad \text{et} \qquad V_2 = \frac{V}{\sqrt{1 - V^2}}.$$

Il est d'ailleurs sans importance d'adopter pour V une expression ou une autre, pourvu que celle dont on fera usage représente bien la quantité que l'on mesure par l'expérience. Or on a trouvé que la simple estimation par l'œil de la netteté des franges coïncide assez bien avec les résultats donnés par la première expression.

En introduisant dans l'équation (5) les valeurs de I données par l'équation (4), nous aurons [1]

$$V^2 = \frac{C^2 + S^2}{P^2}. \tag{6}$$

---

[1] En admettant cette expression pour V, on suppose qu'il n'existe aucune lumière étrangère, et que les faisceaux interférents ont même intensité. Il est facile de montrer que les erreurs provenant de ces deux causes tendent à diminuer la visibilité; mais, dans les deux cas, sa valeur exacte peut être obtenue par l'introduction d'un facteur constant.

Soient d'abord, en effet, e l'intensité de la lumière étrangère, V' la visibilité résultante: on a par définition

$$V' = \frac{(I_1 + e) - (I_2 + e)}{(I_1 + e) + (I_2 + e)} = \frac{I_1 - I_2}{I_1 - I_2 + 2e};$$

en posant

$$\frac{2e}{I_1 - I_2} = r,$$

il vient

$$V = (1 + r)V'.$$

Soit, en second lieu, ρ le rapport des intensités des faisceaux interférents; on peut démontrer aisément que l'intensité résultante est

$$I = (1 + \rho^2)P + 2\rho(C\cos\mathfrak{Z} - S\sin\mathfrak{Z}),$$

d'où l'on déduit la valeur de la visibilité

$$V'' = \frac{2\rho}{1 + \rho^2}\,\frac{\sqrt{C^2 + S^2}}{P},$$

et par conséquent

$$V = \frac{1 + \rho^2}{2\rho}V''.$$

Si les intensités diffèrent de 25 pour 100, le facteur $\frac{1 + \rho^2}{2\rho}$ diffère de l'unité d'environ 4 pour 100, de telle sorte que, dans la plupart des cas l'erreur peut être négligée.

Avant d'aborder le problème consistant à déduire des courbes de visibilité trouvées par l'expérience la distribution de la lumière dans la source, il sera utile d'examiner quelques cas simples, dans lesquels on suppose au contraire cette distribution donnée à priori, et l'on en déduit la courbe de visibilité au moyen de l'équation (6).

Dans ce but, appelons Δ la différence extrême des longueurs d'onde des radiations en question, et Δ_0 la plus petite différence qui puisse être résolue par un réseau ayant autant de lignes, N, qu'il y a d'ondes dans la différence de marche. On a

$$\Delta = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2},$$

ou approximativement

$$\Delta = \frac{n_2 - n_1}{n^2} = a\lambda^2$$

et

$$\Delta_0 = \frac{\lambda}{N}.$$

Si $\frac{\Delta}{\Delta_0} = n$, nous aurons

$$n = \lambda N a = Da.$$

I. — Soit

$$\varphi(x) = \text{const.}$$

Nous aurons

$$C = \text{const.}\,\frac{\sin \pi Da}{\pi D},$$
$$S = 0,$$
$$P = \text{const.}\,a;$$

d'où

$$V = \frac{\sin \pi n}{\pi n}.$$

II. — Soit

$$\varphi(x) = \cos^p \pi \frac{x}{a}.$$

Ce cas est particulièrement important, car un certain nombre d'autres peuvent y être ramenés exactement ou approximativement. Dans cette fonction, comme dans toutes les fonctions symétriques, le terme S s'annule et l'on a

$$V = \frac{\int_0^{\frac{a}{2}} \cos^p \pi \frac{x}{a} \cos 2\pi Dx\, dx}{\int_0^{\frac{a}{2}} \cos^p \pi \frac{x}{a}\, dx}.$$

En posant

$$\pi \frac{x}{a} = \omega \qquad \text{et} \qquad 2\,\mathrm{D}a = q,$$

la formule devient

$$V = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p \omega \cos q\omega \, d\omega}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^p \omega \, d\omega} = \frac{[\Gamma(\frac{1}{2}p+1)]^2}{\Gamma\left(\frac{p+q}{2}+1\right)\Gamma\left(\frac{p-q}{2}+1\right)}.$$

Pour $V = 0$, nous aurons

$$\Gamma\left(\frac{p \pm q}{2}+1\right) = \infty.$$

D'où

$$\frac{p \pm q}{2}+1 = 0, \quad -1, \quad -2, \quad \ldots,$$

ou, puisque $n = \frac{q}{2}$,

$$n = \frac{p}{2}+1+a,$$

a étant un nombre entier positif quelconque. La courbe de visibilité jouit dans ce cas de la propriété remarquable de s'annuler à intervalles égaux, à l'exception du premier, qui est $\left(\frac{p}{2}+1\right)$ fois plus grand.

Ainsi, si N_m est le nombre d'ondes comprises dans la différence de marche à la $m^{\text{ième}}$ disparition, on aura

$$N_m - N_{m-1} = \frac{\lambda}{\gamma} = M;$$

mais

$$N_1 = \left(\frac{p}{2}+1\right)\frac{\lambda}{\gamma}.$$

Par exemple,

si	$p = 0$,	$(\varphi(x) = \text{const.})$,	$N_1 = M$,
»	$p = \frac{1}{2}$,	$(\varphi(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$, approximativement$)$,	$N_1 = 1{,}25\,M$,
»	$p = 1$,	$\left(\varphi(x) = \cos \pi \frac{x}{a}\right)$,	$N_1 = 1{,}5\,M$,
»	$p = 2$,	$\left(\varphi(x) = \cos^2 \pi \frac{x}{a}\right)$,	$N_1 = 2\,M$.
»	.....	.....	.....

Ainsi, on peut dire que le premier intervalle détermine la forme de la courbe d'intensité, tandis que les suivants mesurent son étendue.

III. — Soit

$$\varphi(x) = e^{-p\frac{x^2}{a^2}}.$$

Cette distribution est celle qui résulte de la loi de Maxwell. La courbe de visibilité qu'on en déduit est

$$V = e^{-\frac{\pi^2 n^2}{p}};$$

cette courbe n'est pas périodique.

Si $x = \frac{1}{2}a$ pour $\varphi(x) = \frac{1}{2}$, la valeur de p devient égale à $\frac{1}{4}L2$.

IV. — *Source multiple.*

L'équation générale

$$\overline{V}^2 = \frac{\overline{C}^2 + \overline{S}^2}{\overline{P}^2}$$

peut être mise sous une forme plus pratique dans le cas de la concentration de la lumière autour de plusieurs sources distinctes, comme dans le cas des doublets, triplets, etc.

En remplaçant x par $(x_n + z)$, et $\varphi_n(x_n + z)$ par $\psi_n(z)$, nous aurons pour la valeur de $\overline{C}$:

$$\overline{C} = \left[\begin{array}{l} \cos kx_1 \int \psi_1(z) \cos kz\, dz + \cos kx_2 \int \psi_2(z) \cos kz\, dz + \ldots \\ -\sin kx_1 \int \psi_1(z) \sin kz\, dz - \sin kx_2 \int \psi_2(z) \sin kz\, dz - \ldots \end{array}\right].$$

En posant

$$\int \psi(z) \cos kz\, dz = C \qquad \text{et} \qquad \int \psi(z) \sin kz\, dz = S,$$

cette expression devient

$$\overline{C} = \Sigma C \cos kx - \Sigma S \sin kx;$$

de même,

$$\overline{S} = \Sigma C \sin kx + \Sigma S \cos kx.$$

On en déduit

$$\Sigma^2 P.\overline{V}^2 = \overline{C}^2 + \overline{S}^2 = \left\{\begin{array}{l} \Sigma(C_m C_n + S_m S_n) \cos k\alpha_{mn} \\ + \Sigma(C_m S_n - S_m C_n) \sin k\alpha_{mn} \end{array}\right\}.$$

Si les sources sont semblables, on a

$$\Sigma^2 P.V^2 = (C^2 + S^2) \Sigma P_n P_m \cos k\alpha_{nm},$$

où P représente l'intensité des composantes.

On aura donc, pour deux sources semblables,

$$\Sigma^2 P.\overline{V}^2 = (C^2 + S^2)(P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos k\alpha_{12}).$$

Si les composantes sont symétriques, $S = 0$, et l'on a

$$\Sigma^2 P.\overline{V}^2 = \Sigma C_m C_n \cos k\alpha_{mn}.$$

Ainsi, pour une source triple dont les composantes sont symétriques, on aura

$$\Sigma^2 P\ \overline{V}^2 = C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + 2C_1C_2\cos k\alpha_{12} + 2C_1C_3\cos k\alpha_{13} + 2C_2C_3\cos k\alpha_{23}.$$

Si les centres coïncident, la formule se réduit à

$$\Sigma^2 P.V^2 = \Sigma C_m C_n = \Sigma^2 C,$$

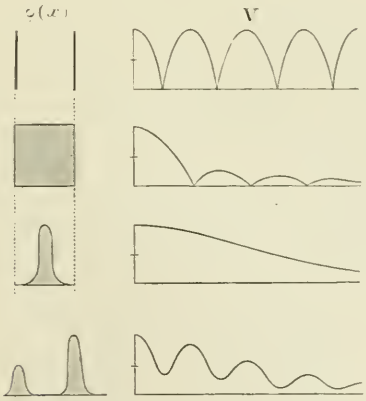
d'où

$$V = \frac{\Sigma C_n}{\Sigma P_n}.$$

Supposons plusieurs sources égales, équidistantes et symétriques, Δ_1 étant leur intervalle commun et Δ la distance des sources extrêmes, on aura

$$\Sigma P.V = C\,\frac{\Delta_1}{\Delta}\,\frac{\sin\pi\dfrac{\Delta}{\Delta_0}}{\sin\pi\dfrac{\Delta_1}{\Delta_0}}.$$

Fig. 25.



Les courbes données ci-dessus (*fig.* 25) se rapportent à un certain nombre de

cas particuliers; les figures à gauche représentent la distribution de la lumière dans la source, c'est-à-dire la fonction $\varphi(x)$, tandis que les courbes qui leur correspondent à droite montrent la visibilité des franges en fonction de la différence de marche des deux faisceaux interférents.

Lorsqu'on veut, réciproquement, interpréter des courbes obtenues par les observations de franges d'interférence, il faut d'abord réduire les résultats de l'estimation par l'œil de la visibilité, que nous désignerons par V_e, à sa valeur absolue définie par l'équation

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}.$$

Dans ce but, on a monté entre deux nicols deux lentilles de quartz, l'une concave et l'autre convexe, et de même courbure, avec leurs axes perpendiculaires l'un à l'autre. Dans ces conditions, on voit apparaître une série d'anneaux d'interférence concentriques. Si α est l'angle formé entre la section principale du polariseur et l'axe du premier quartz, et ω l'angle compris entre cet axe et l'analyseur, l'intensité de la lumière transmise sera

$$I = \cos^2(\omega - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \sin^2 \pi \frac{k(t_1 - t_2)}{\lambda},$$

t_1 et t_2 désignant les épaisseurs traversées respectivement dans le premier et le second quartz. Si le polariseur et l'analyseur sont parallèles, $\omega = \alpha$, et la formule se réduit à

$$I = 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{k(t_1 - t_2)}{\lambda},$$

d'où

$$I_1 = 1, \qquad I_2 = 1 - \sin^2 2\alpha$$

et

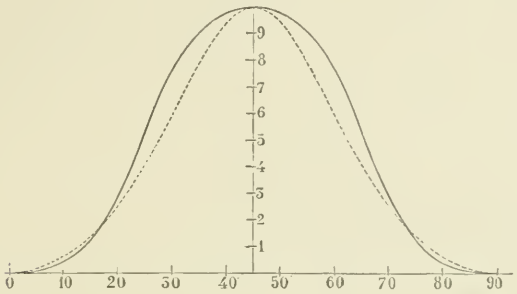
$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = \frac{1 - \cos^2 2\alpha}{1 + \cos^2 2\alpha}.$$

Cette courbe est représentée, sur la *fig.* 26, par le trait pointillé, en même temps que le résultat de l'estimation de l'œil par le trait plein; en comparant les deux courbes, on peut en déduire, pour ces dernières valeurs, la Table de corrections suivante :

V_e	Cor.	V_e	Cor.	V_e	Cor.	V_e	Cor.
0,00	0,00	0,30	−0,03	0,55	−0,12	0,80	−0,14
0,05	+0,03	0,35	−0,05	0,60	−0,14	0,85	−0,13
0,10	+0,04	0,40	−0,07	0,65	−0,15	0,90	−0,11
0,15	+0,03	0,45	−0,08	0,70	−0,16	0,95	−0,08
0,20	+0,02	0,50	−0,10	0,75	−0,16	1,00	0,00
0,25	0,00						

Ces courbes montrent qu'il existe une tendance générale à estimer la visibilité trop grande lorsque les franges d'interférence sont nettes, et trop petite lorsqu'elles sont indistinctes. Cette tendance peut être modifiée par diverses circonstances; par exemple, elle croît avec la réfrangibilité de la lumière em-

Fig. 26.



ployée, mais est très peu affectée par son intensité. Elle est plus grande lorsque la courbe de visibilité décroît que lorsqu'elle croît; enfin elle varie avec l'observateur. Malgré toutes ces causes perturbatrices, le résultat corrigé au moyen de la Table ci-dessus est rarement erroné de plus d'un dixième de sa valeur, et généralement l'approximation est beaucoup plus grande ([1]).

Dans les observations des courbes de visibilité qui suivent, la substance à étudier était placée dans un tube vide d'air, et sa vapeur rendue lumineuse par les décharges d'une forte bobine de Ruhmkorff; le courant primaire de celle-ci était rompu à intervalles égaux par un interrupteur fixé à l'induit d'une petite dynamo, produisant de 20 à 30 interruptions par seconde. La fixité de la lumière obtenue de cette manière était beaucoup plus grande que par l'emploi d'un in-

([1]) Au lieu de se rapporter aux estimations un peu arbitraires de l'œil, on obtiendrait probablement un meilleur résultat en rendant la visibilité des franges circulaires produites par les lentilles de quartz (ou par tout autre système permettant le calcul de V) *la même* que celle des franges à mesurer. S'il était possible de modifier le diamètre apparent de ces anneaux de telle sorte qu'il fût toujours égal à celui des franges que l'on observe, on pourrait alors, en superposant les deux systèmes de telle manière que les maxima d'une série vinssent à coïncider avec les minima de l'autre, faire disparaître les franges si leur visibilité était égale; on obtiendrait ainsi une mesure de la visibilité indépendante de l'observateur.

La difficulté d'obtenir l'égalité des diamètres a empêché jusqu'à présent d'appliquer cette méthode. M. Mascart a proposé de faire varier ceux-ci au moyen d'un système relativement simple de lentilles, dont les distances pourraient être changées à volonté.

terrupteur Foucault. La boîte métallique qui enveloppait le tube vide était chauffée juste assez pour donner une lumière d'un éclat constant, et la température était maintenue aussi uniforme que possible. On a admis que cette température représentait celle de la vapeur à l'intérieur du tube. Cela n'est qu'une approximation grossière, et cette estimation est probablement beaucoup trop basse; mais, comme on ne se proposait point, dans ces expériences, d'étudier spécialement l'action de la température, la chose avait peu d'importance. Il semble, en effet, difficile d'attacher une signification précise au mot *température* appliqué à une vapeur rendue lumineuse par une décharge électrique [1].

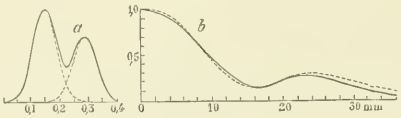
Ces ajustements étant terminés, la vis du comparateur interférentiel était amenée au zéro, c'est-à-dire au point où les faisceaux interférents ne présentent plus de différence de marche. La visibilité atteignait alors son maximum et on la désignait par 100. La vis, dont le pas était de 1^{mm}, était tournée d'une révolution entière, de manière à rendre la différence de marche égale à 2^{mm}. On estimait la visibilité, et on continuait de la même manière.

La courbe était ainsi tracée pour des visibilités observées de 2 en 2^{mm} de différence de marche; on la corrigeait enfin pour tenir compte de l'équation personnelle, ainsi qu'il a été dit plus haut.

Hydrogène [2].

La courbe continue (*fig.* 27 *b*) représente la visibilité de la raie rouge de

Fig. 27.



l'hydrogène sous une pression d'environ 1^{mm} et à une température voisine de 50°.

---

(1) On pourrait cependant obtenir une relation plus exacte entre la température à l'intérieur et à l'extérieur du tube, en enroulant un fil de platine autour de la partie capillaire et en déduisant sa température de sa résistance électrique. Une expérience préliminaire, dans laquelle un fil de platine (ou un filament de charbon introduit dans le tube et chauffé par le courant jusqu'à ce que la spirale extérieure atteignît une température déterminée) permettrait de calculer la température à l'intérieur au moyen des indications de la spirale.

(2) L'hydrogène avait été préparé en faisant tomber goutte à goutte de l'eau distillée sur de l'amalgame de sodium; le gaz obtenu était conduit à travers une colonne d'acide sulfurique dans le tube vide, et on évacuait de nouveau jusqu'à ce que le spectre fût suffisamment pur.

La courbe pointillée représente la fonction [1]

$$V = 2^{-\frac{X^2}{19^2}} \cos\frac{0,7}{30}.$$

Il suit de là que la courbe de visibilité est pratiquement celle qui serait due à une source double, dont les composantes ont une intensité dans le rapport de 7 à 10, et dans chacune desquelles la lumière est distribuée suivant la loi exponentielle exprimée par le premier terme.

La formule pour une source double dont les composantes sont semblables est

$$V^2 = \frac{1 - r^2 - 2r\cos 2\pi\frac{X}{D}}{1 + r^2 + 2r} V^2,$$

formule dans laquelle la quantité D, période de la courbe, est inversement proportionnelle à la distance des composantes.

Mais

$$D = N\lambda_1 = (N - 1)\lambda_2,$$

d'où

$$\alpha = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{D}.$$

Par suite, dans le cas actuel, la distance des deux radiations composant la raie rouge de l'hydrogène est égale à

$$\tfrac{1}{30}(6,56 \times 10^{-4})^2 = 1,4 \times 10^{-8}\,\text{mm},$$

ou $0^{\text{div}},14$ de l'échelle de Rowland.

Si en outre δ est la *demi-largeur* des raies spectrales (valeur de x pour $\varphi(x) = \frac{1}{2}$), on a

$$\varphi(x) = 2^{-\frac{x^2}{\delta^2}}, \qquad \text{et} \qquad V = e^{-\frac{\pi^2 X^2 \delta^2}{L^2}}.$$

Si Δ est la valeur de X pour $V = \frac{1}{2}$, on a $\delta = \frac{L^2}{\pi}\frac{1}{\Delta}$, ou, avec une approximation suffisante, $\delta = \frac{0,22}{\Delta}$.

---

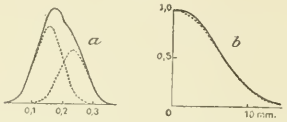
[1] Comme on fera un fréquent usage de la fonction $\sqrt{\frac{1 + r^2 + 2r\cos 2\pi\frac{X}{D}}{1 - r^2 + 2r}}$, on l'emploiera sous la forme abrégée $\cos\frac{r}{D}$.

En introduisant la valeur de δ dans l'expression de V, nous aurons $V = 2^{-\frac{X^2}{\Delta^2}}$. Dans la courbe de l'hydrogène, Δ est égal à 19; par conséquent, en réduisant aux mêmes unités que ci-dessus, nous aurons $\delta = 0,049$.

Ces données ont permis de construire la *fig.* 27 *a*, dans laquelle la courbe continue représente la distribution de la lumière dans la source.

La courbe pleine *b* (*fig.* 28) donne de même les valeurs corrigées de la visi-

Fig. 28.



bilité de la raie bleue de l'hydrogène, à la même température et sous la même pression que précédemment. La courbe pointillée représente, comme dans l'autre cas, une double exponentielle; son équation est

$$V = 2^{-\frac{X^2}{\cancel{24^2}}} \cos\frac{0,7}{28};$$

on en déduit la valeur $\alpha = 0,08$ pour la distance des lumières composantes, et $\delta = \cancel{0,055}$ pour la *demi-largeur* de chacune d'elles. Ces valeurs conduisent à la courbe continue *a* pour la distribution de la lumière dans la raie bleue de l'hydrogène.

Oxygène.

La *fig.* 29 représente les résultats obtenus pour l'oxygène [1]. Les raies sont beaucoup moins brillantes que celles de l'hydrogène, et pour obtenir un résultat satisfaisant on a été obligé d'employer un courant si intense que les tubes se sont souvent cassés. Malgré le caractère légèrement incertain des observations, on peut voir dans la figure que la courbe représentant la visibilité de la raie orangée coïncide très bien avec celle qui serait donnée par la formule

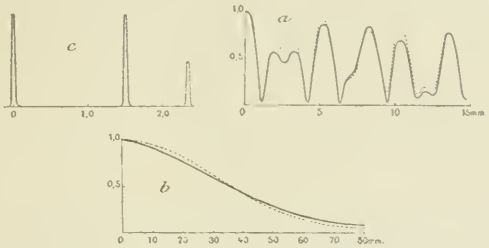
$$V = 2^{-\frac{X^2}{34^2}}\left[0,36 + 0,32\cos 2\pi\frac{X}{2,69} + 0,16\cos 2\pi\frac{X}{4,85} + 0,16\cos 2\pi\frac{X}{1,73}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

[1] Le gaz avait été préparé par la décomposition de l'oxyde de mercure, et desséché par l'acide sulfurique; comme pour l'hydrogène, on avait fait le vide et rempli le tube alternativement à plusieurs reprises, afin d'obtenir un spectre à peu près pur.

La concordance entre le coefficient $2^{-\frac{N^2}{34^2}}$ et la courbe générale tracée par les maxima est également représentée en *b*.

L'interprétation de ces résultats est que la raie orangée de l'oxygène est triple,

Fig. 29.



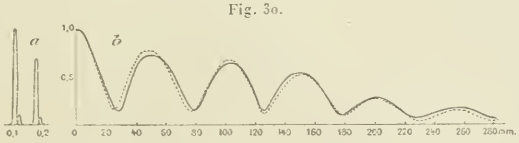
et que les intensités des trois composantes sont dans les rapports $1 : 1 : \frac{1}{2}$; leurs distances sont respectivement 1,51 et 0,84; et leur *demi-largeur* est de 0,027. Cette distribution est représentée en *c* sur la *fig.* 29.

Sodium.

Les résultats obtenus avec un tube contenant du sodium métallique sont si variés, par suite de la modification considérable des raies par la température et la pression, qu'on n'a pu jusqu'à présent les élucider d'une façon complète. Cela est particulièrement vrai pour les raies jaunes; la difficulté est en outre considérablement accrue par l'insuffisance de la dispersion employée, laquelle ne permet pas l'examen individuel des raies. Nous donnerons à la fin de cet appendice quelques détails sur ces changements; nous nous bornerons pour le moment à indiquer un cas particulier, la pression étant très faible et la température voisine de 250° (¹).

La courbe continue de la *fig.* 30 *b* représente les résultats de l'expérience pour

Fig. 30.



la visibilité aux points maxima des raies du sodium, corrigée de l'équation

(¹) La courbe donnée ici a été obtenue en 1891; il a été impossible depuis lors de la reproduire exactement.

personnelle. La courbe pointillée correspond à la formule

$$V = 2^{-\frac{X^2}{156^2}} \cos \frac{0,7}{50} \cos \frac{0,1}{140}.$$

L'équation complète, en supposant deux raies semblables, serait

$$V = 2^{-\frac{X^2}{156^2}} \cos \frac{0,8}{0,58} \cos \frac{0,7}{50} \cos \frac{0,1}{140}.$$

L'interprétation de ces résultats est que chacune des raies du sodium est une ligne double très serrée, comme on le voit en *a* sur la *fig.* 30.

La raie jaune-verte du sodium ($\lambda = 5687$) est double, et ses composantes sont à peu près à la même distance que les raies jaunes; on l'a trouvée beaucoup moins variable que la raie jaune; sa visibilité, à part quelques rares irrégularités, est donnée, corrigée de l'équation personnelle, par la courbe continue *b* de la

Fig. 31.

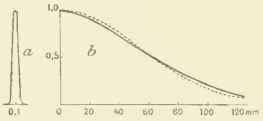


fig. 31. Les composantes sont simples et correspondent sensiblement à la distribution représentée par la courbe *a*.

Il en est de même de la double raie orangée ($\lambda = 6156$), sauf que cette dernière semble accompagnée d'une raie de faible intensité.

Les raies doubles $\lambda = 5150$ et $\lambda = 4982$ ont aussi été examinées; les courbes ont conduit sensiblement aux mêmes résultats que pour la raie orangée.

Zinc.

La température à laquelle les radiations du zinc métallique peuvent être ob-

Fig. 32.

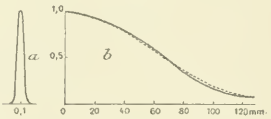
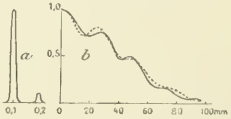


Fig. 33.



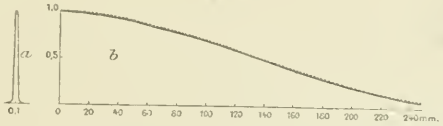
servées facilement est voisine du point de fusion du verre dont étaient formés

les tubes qui contenaient cette substance. On n'a pu faire que quelques observations, qui ont fourni, d'ailleurs, des résultats très concordants. Ces résultats, corrigés de l'équation personnelle, sont représentés dans les *fig.* 32 et 33. La première correspond à la raie rouge, qui a sensiblement $\lambda = 6360$, et montre que c'est une ligne simple, la distribution de la lumière concordant très bien avec une exponentielle simple; la *demi-largeur* est de 0,013. La seconde montre les résultats de l'observation de la ligne bleue près de $\lambda = 4811$. La courbe pointillée *b* de la *fig.* 33 correspond à la distribution représentée en *a*.

Cadmium.

Le cadmium métallique donne, vers 280°, plusieurs lignes brillantes, largement séparées, et très peu variables avec la température ou la pression. La ligne continue de la *fig.* 34 *b* est la courbe expérimentale de visibilité de la raie

Fig. 34.



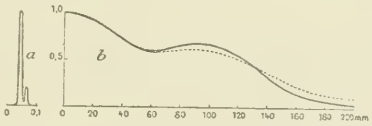
rouge ($\lambda = 6438$), corrigée, comme toujours, de l'équation personnelle; la ligne pointillée est la courbe exponentielle simple

$$V = 2^{-\frac{X^2}{138^2}}.$$

La concordance remarquablement parfaite entre ces deux lignes montre, sans aucune espèce de doute, que la distribution de la lumière dans la source suit de très près la loi exponentielle, ce qui conduit à la courbe *a*, dans laquelle la *demi-largeur* de la source est 0,0065.

La *fig.* 35 donne en *b* les résultats d'une seule série d'observations faite sur la

Fig. 35.



ligne verte ($\lambda = 5086$). La concordance assez exacte entre ces lignes et la ligne

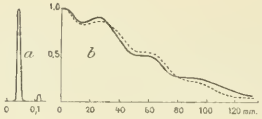
pointillée, qui correspond à l'équation

$$V = 2^{-\frac{X^2}{120^2}} \cos \frac{0,2}{115},$$

montre que la source est double, à deux composantes très rapprochées, dont les intensités sont dans le rapport de 5 à 1, et dont la distance est de 0,022; la *demi-largeur* de chaque composante est 0,0048.

La courbe *b* (*fig.* 36) obtenue avec la radiation bleue ($\lambda = 4800$) montre que

Fig. 36.



les résultats peuvent être représentés approximativement par la formule

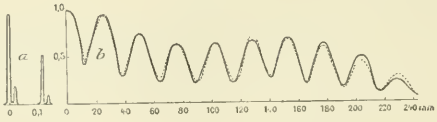
$$V = 2^{-\frac{X^2}{64^2}} \cos \frac{0,1}{32},$$

qui correspond à la distribution de l'intensité donnée en *a*.

Thallium.

Ce métal ne serait pas assez volatil aux températures que l'on peut atteindre, mais son chlorure donne d'excellents résultats. La radiation se compose d'une raie verte brillante, dont la courbe de visibilité varie très peu avec la tempéra-

Fig. 37.



ture. La courbe expérimentale est donnée en *b* dans la *fig.* 37, en même temps que la courbe pointillée représentant l'équation

$$V = \frac{1}{3} \cos \frac{0,2}{160} \sqrt{4V_1^2 + V_2^2 + 4V_1V_2 \cos 2\pi \frac{X}{25,3}},$$

dans laquelle

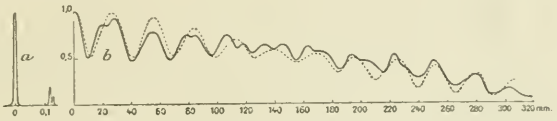
$$V_1 = 2^{-\frac{X^2}{246^2}} \qquad \text{et} \qquad V_2 = 2^{-\frac{X^2}{185^2}}.$$

Cette courbe de visibilité correspond à une source double, dont les composantes sont elles-mêmes formées de deux lignes très voisines, comme on le voit en *a*.

Mercure.

Le mercure, dans un tube vide, donne deux raies jaunes ($\lambda = 5790$ et $\lambda = 5770$), une raie verte très brillante ($\lambda = 5461$), et une raie violette ($\lambda = 4358$). Les raies jaunes n'ont pas beaucoup d'éclat, et sont tellement rapprochées que l'on a beaucoup de peine, avec la dispersion employée, à empêcher leurs radiations de se superposer. Malgré ces difficultés, la très bonne concordance d'un certain nombre d'observations a montré que la courbe de la raie inférieure, qui est donnée en *b*, *fig.* 38, est très voisine de la vérité. En

Fig. 38.



négligeant l'effet d'une raie de faible intensité, à la distance d'environ 0,24 de la raie principale, la distribution de la lumière dans la source est représentée en *a*, ce qui conduit, pour la courbe de visibilité, à l'équation

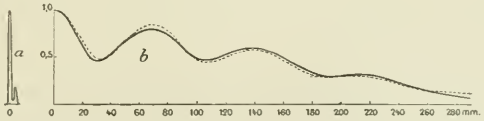
$$V = \frac{1}{4}\sqrt{3V_1^2 + V_2^2 + 6V_1V_2\cos 2\pi\frac{X}{28}}.$$

Dans cette équation,

$$V_1 = 2^{-\frac{X^2}{200^2}} \qquad \text{et} \qquad V_2 = 2^{-\frac{X^2}{260^2}}\cos\frac{0,5}{280}.$$

La *fig.* 39 *b* donne les résultats de l'observation pour la raie jaune supérieure,

Fig. 39.



en laissant de côté quelques irrégularités dues à la présence d'une ou plusieurs

lignes de faible intensité. La courbe concorde bien avec la formule

$$V = \frac{1}{4}\sqrt{3V_1^2 + V_2^2 + 6V_1V_2\cos 2\pi\frac{X}{70}},$$

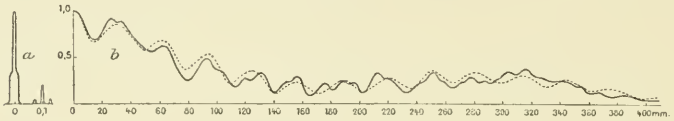
dans laquelle

$$V_1 = 2^{-\frac{X^2}{183^2}} \qquad \text{et} \qquad V_2 = 2^{-\frac{X^2}{126^2}};$$

cette formule donne la courbe de visibilité produite par deux raies d'intensité 1 et 5, séparées par 0,019, comme on le voit en *a*.

La raie verte est une des plus complexes qui aient été examinées; cependant les raies composantes sont d'une finesse telle que les franges d'interférence sont fréquemment encore visibles lorsque la différence de marche dépasse

Fig. 40.



$0^m,4$. La courbe continue *b* de la *fig.* 40 donne les résultats, corrigés, de l'observation, tandis que la courbe pointillée représente l'équation

$$V = 2^{-\frac{X^2}{240^2}}\sqrt{0,69V_1^2 + 0,03V_2^2 + 0,28V_1V_2\cos 2\pi\frac{X}{31,4}},$$

dans laquelle

$$V_1 = 0,62 + 0,38\cos 2\pi\frac{X}{360},$$

$$V_2 = 0,77 + 0,23\cos 2\pi\frac{X}{110}.$$

Cette courbe de visibilité correspond à la distribution représentée en *a*. Pour plus de simplicité, on a supposé que chaque raie était symétrique, et c'est ainsi qu'on les a figurées; mais les observations ne sont pas assez précises pour que l'on puisse décider si, par exemple, chaque composante est double ou triple [1]. En outre, dans ce cas, comme dans les deux précédents, il est impossible de

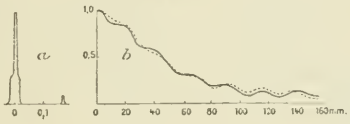
[1] En fait, on doit considérer, en général, les interprétations qui sont données ici comme de premières approximations pour la distribution réelle de la lumière dans les raies spectrales correspondantes. Nous nous proposons d'ailleurs de continuer ces recherches, et on peut espérer que les données nouvelles que l'on réunira faciliteront l'éclaircissement des cas douteux.

déterminer, d'après les données obtenues, si la composante la plus petite est à droite ou à gauche de la raie principale. Mais une observation directe avec un réseau a montré que la raie secondaire est du côté du rouge.

La courbe continue prouve qu'il existe encore au moins une autre ligne (et probablement plusieurs) dont l'intensité est d'environ $\frac{1}{20}$ de la raie principale, et dont la distance à celle-ci est à peu près le triple de celle des deux composantes les plus importantes.

La raie violette du mercure est beaucoup plus difficile à observer que les autres. Les résultats obtenus par l'observation, et corrigés de l'équation person-

Fig. 41.



nelle, sont donnés dans la courbe continue de la *fig.* 41. La formule de la courbe pointillée est la suivante :

$$V = \sqrt{0,88 V_1^2 + 0,12 V_1 V_2 \cos 2\pi \frac{X}{3,3}}.$$

Dans cette formule,

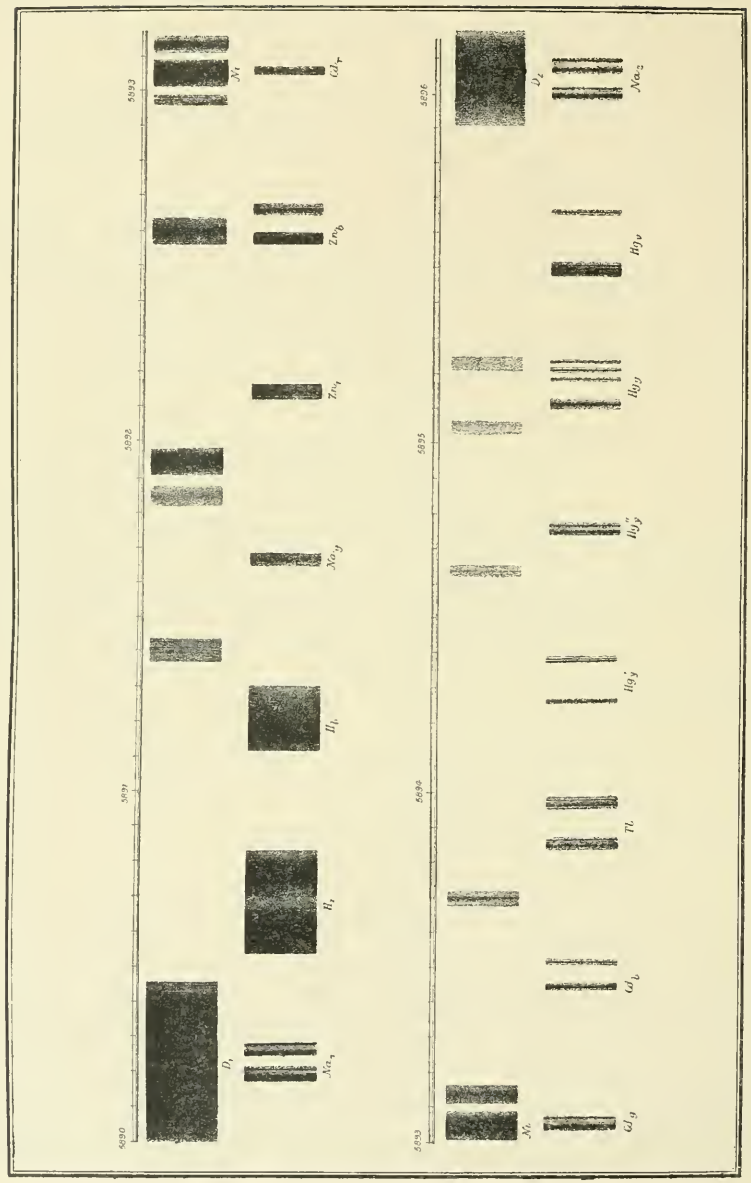
$$V_1 = 2^{-\frac{X^2}{75^2}}\left(0,62 + 0,38 \cos 2\pi \frac{X}{200}\right), \qquad \text{et} \qquad V_2 = 2^{-\frac{X^2}{120^2}}.$$

La distribution qui en résulte est représentée en *a*.

CONCLUSIONS.

Pour permettre de les saisir d'un coup d'œil, on a réuni les résultats de ces études dans la *fig.* 42 à laquelle on a ajouté le groupe D du spectre solaire. De cette figure, aussi bien que des courbes précédemment données, on conclura que la méthode employée dans ce travail permet aisément de séparer des raies dont la distance n'est que la millième partie de celle qui est comprise entre D_1 et D_2, et même de déterminer la distribution de la lumière dans les composantes

Fig. 42.



Les bandes immédiatement situées au-dessous des deux échelles se font suite et correspondent au spectre solaire de Rowland entre D_1 et D_2.
Les autres raies traduisent les apparences que donneraient, d'après les *fig.* 27 à 41, les spectres des divers métaux.

isolées. Les conditions les plus favorables à une valeur élevée de la visibilité sont une faible densité et une température relativement basse; on s'est conformé autant que possible à ces conditions. Dans bien des cas, la variation de la visibilité due à de petites modifications dans les conditions de l'expérience montre que chaque substance doit être étudiée soigneusement, dans des conditions aussi variées que possible de température, de pression, d'intensité du courant, de diamètre des électrodes, de diamètre du tube à vide, etc.

La théorie cinétique des gaz permet aisément d'expliquer l'effet de la pression et de la température sur la visibilité. En effet, il n'est pas douteux que ces deux causes sont les plus importantes, sinon les seules, de l'élargissement des raies spectrales et de la diminution de visibilité qui en est la conséquence; la pression agit en modifiant la période de la source par des collisions fréquentes, tandis que la température agit en modifiant la longueur d'onde de la lumière par le mouvement de la source dans la ligne de visée. Si la densité de vapeur est très faible, la première cause peut être négligée; on montrera plus loin que, dans le cas de l'hydrogène, il en est ainsi lorsque la pression n'est que de un à deux millimètres.

Dans la plupart des cas examinés, la pression était assez faible pour que la décharge ne passât qu'avec difficulté. Si nous supposons, en conséquence, que l'effet des collisions est négligeable, nous pouvons nous proposer de rechercher l'action due au mouvement des molécules dans la direction du rayon lumineux.

Lord Rayleigh a démontré [1] que la formule pour la visibilité est dans ce cas $h = \frac{1 - a''}{1 + a''}$. En désignant par v la vitesse de la molécule, par V la vitesse de la lumière, si l'on prend la définition de la visibilité qui a été donnée ci-dessus, cette formule devient

$$a'' = e^{-\pi\left(\frac{\pi X}{\lambda}\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Soit Δ la différence de marche qui réduit la visibilité à la moitié de sa valeur pour $X = 0$. On peut écrire

$$\Delta = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{L2}{\pi}}\,\frac{V}{v}\,\lambda,$$

ou approximativement

$$\frac{\Delta}{\lambda} = 0,15\,\frac{V}{v}.$$

Si nous admettons pour l'hydrogène $v = 2000^{m}$ par seconde, on aura

$$\frac{\Delta}{\lambda} = 22500.$$

---

[1] Lord Rayleigh, *On the limit to interference when Light is radiated from moving Molecules* (*Phil. Mag.*, t. XXVII, p. 298; 1889).

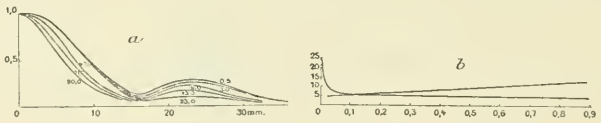
En négligeant la différence des températures auxquelles les autres substances ont été examinées, différence sur laquelle règne une incertitude assez grande, les vitesses v varieront en raison inverse des racines carrées des masses atomiques m, et le nombre d'ondes comprises dans la différence de marche pour laquelle la visibilité est 0,5 deviendra par suite $22500\sqrt{m}$.

Si l'on tient compte des difficultés et des incertitudes du problème, on reconnaîtra dans la Table suivante une concordance remarquable entre les valeurs calculées et celles qui ont été obtenues par l'observation [1].

SUBSTANCES.	POIDS ATOMIQUE.	λ.	Δ.	$N = \frac{\Delta}{\lambda}$.	N (CALC.).
H_r.....	1	656	19,0	30 000	22 500
H_b.....	1	486	8,5	18 000	22 500
O.....	16	616	34,0	55 000	80 000
Na_r....	23	616	66,0	107 000	108 000
Na_j....	23	589	80,0	133 000	108 000
$Na_{j'}$...	23	569	62,0	109 000	108 000
$Na_{v'}$...	23	515	44,0	85 000	108 000
$Na_{v''}$.. .	23	498	55,0	110 000	108 000
Zn_r....	65,5	636	66,0	104 000	182 000
Zn_b....	65,5	481	47,0	98 000	182 000
Cd_r....	112,0	644	138,0	215 000	238 000
Cd_v....	112,0	509	120,0	236 000	238 000
Cd_b....	112,0	480	64,0	134 000	238 000
Hg_j....	200,0	579	230,0	400 000	317 000
$Hg_{j'}$...	200,0	577	154,0	270 000	317 000
Hg_v....	200,0	546	230,0	420 000	317 000
Hg_b....	200,0	436	100,0	230 000	317 000
Tl.....	203,6	535	220,0	400 000	322 000

On a fait une série spéciale d'observations sur la raie rouge de l'hydrogène, à

Fig. 43.



différentes pressions, dans le but de vérifier que, dans les déterminations pré-

[1] Il faut remarquer que la valeur de Δ pour la raie jaune du sodium que l'on déduirait de la courbe (*fig.* 30) serait beaucoup plus forte que celle qui est donnée ici; cette dernière est la moyenne d'un certain nombre d'observations faites en 1892. Comme il a été dit plus haut, cette courbe particulière n'a pas été retrouvée depuis 1891.

Quelques autres substances très difficiles à examiner, soit parce que leurs raies sont trop faibles,

cédentes, l'effet de la densité peut être négligé, en même temps que de rechercher la loi qui relie l'élargissement des raies spectrales à la pression ou à la densité; les résultats sont portés dans les courbes de la *fig.* 43 *a* (¹).

Celles-ci permettent de calculer la Table suivante :

Pressions en millimètres.	δ.
90	0,128
71	0,116
47	0,095
25	0,071
13	0,056
9	0,053
3	0,050
0,5	0,048

On voit, en effet, que l'action de la densité est négligeable tant que la pression reste faible. Dans la *fig.* 43 *b*, la ligne courbe exprime la relation entre δ et $\frac{1}{p}$; elle montre clairement que, lorsque p est inférieur à 5^{mm}, l'action des collisions a presque complètement cessé; si nous prenons δ comme ordonnée et p comme abscisse, les résultats concordent très bien avec la ligne droite $\delta - \delta_0 = kp$, dans laquelle $\delta_0 = 0{,}047$ (*demi-largeur* de la raie pour une pression nulle), $k = 0{,}00093$, $p =$ pression en millimètres (²).

On a trouvé des résultats analogues, quoique moins concordants, comme on pouvait s'y attendre, pour la raie bleue de l'hydrogène.

Ainsi, on voit que, dans le cas de l'hydrogène, et probablement aussi dans tous les autres, la largeur de la raie spectrale diminue, lorsque la pression décroît, et tend vers une limite qui dépend de la substance et de la température; l'excès de largeur, à partir de cette limite, est proportionnel à la pression.

En général, on peut dire que, malgré des variations considérables de la température et de la pression, le caractère des courbes de visibilité reste le même; toutefois il est important de remarquer qu'il existe certaines exceptions à cette règle, parmi lesquelles la raie verte du mercure et la raie jaune du sodium doivent être particulièrement mentionnées.

---

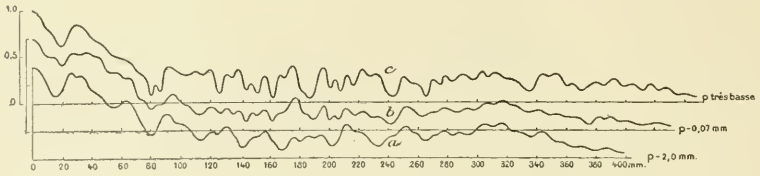
soit parce que leur spectre est trop instable, ont donné des résultats, qui, bien que moins concordants, sont encore de l'ordre de grandeur prévu par la théorie.

(¹) Les nombres accolés aux courbes indiquent les pressions en millimètres.

(²) Sur la figure, les nombres qui représentent les valeurs des abscisses, pour cette ligne, doivent être multipliés par 100.

Ainsi la courbe *a* (*fig.* 44) représente la courbe de visibilité qu'on obtient le plus habituellement pour la raie verte du mercure, et la courbe *c*, celle que l'on obtient lorsque le vide est assez parfait pour que la décharge passe avec diffi-

Fig. 44.



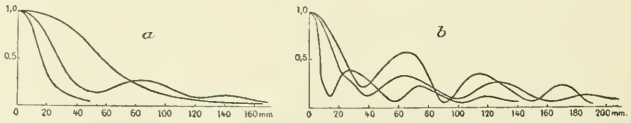
culté; la courbe *b* représente une condition intermédiaire. Cette dernière observation a été faite en plaçant le mercure dans une atmosphère d'hydrogène, dont la pression était mesurée au moyen d'une jauge de Mac Leod.

On pourrait supposer que la présence d'une substance étrangère modifie la distribution de la lumière dans une source donnée et, par conséquent, la forme de la courbe. Pour examiner cette question, on a fait une série d'observations sur la raie rouge de l'hydrogène, dans un tube contenant du mercure, que l'on chauffait progressivement jusqu'à ce que le spectre du mercure fût devenu au moins dix fois plus brillant que celui de l'hydrogène; le caractère de la courbe de visibilité n'a pas été altéré d'une manière appréciable.

Dans cette même série d'expériences, on a constaté qu'une variation de température allant de 75° à 140° n'avait aucun effet appréciable sur le résultat, pourvu que la pression de l'hydrogène demeurât constante. On peut ajouter que le caractère de la courbe pour la raie verte du mercure n'était pas sensiblement modifié, lorsqu'on remplaçait le mercure métallique par son nitrate, son iodure ou son chlorure, le seul effet important étant une diminution de la visibilité, de plus en plus grande dans l'ordre des sels indiqué ici.

On a déjà dit plus haut que la courbe obtenue avec la lumière jaune du sodium est beaucoup plus variable que pour toutes les autres raies examinées. C'est ce

Fig. 45.

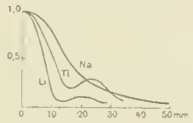


qu'on peut voir sur les courbes, résultant de diverses observations, reproduites dans la *fig.* 45 *a* et *b*. Il n'a pas été possible, jusqu'à présent, de con-

sacrer à ce phénomène l'attention qu'exigerait une recherche systématique. Ces modifications sont très difficiles à expliquer; toutefois il est certain qu'une grande partie de ces discordances provenait de ce que la dispersion employée n'était pas suffisante pour permettre d'isoler les raies composantes. Il est certain aussi que la largeur des raies, leurs distances et leurs intensités relatives varient rapidement avec la température et la pression.

Comme complément aux précédentes recherches, faites toutes sur des gaz ou vapeurs raréfiées, enfermés dans des tubes vides d'air, on a déterminé encore les courbes de visibilité pour le sodium, le thallium et le lithium dans la flamme d'un Bunsen; les résultats obtenus sont reproduits dans la *fig.* 46. Les raies du

Fig. 46.



thallium et du lithium sont évidemment doubles; la distance des composantes de la première concorde bien avec les résultats trouvés au moyen du tube à vide.

Ces substances étaient introduites dans la flamme à la manière ordinaire; les résultats obtenus n'ont pas été plus satisfaisants par l'emploi d'une solution pulvérisée, suivant le procédé de M. Gouy. Ces courbes montrent que la largeur des raies est ici environ dix fois plus grande que dans les tubes à vide. Cependant, si l'on suppose la température de la flamme égale à 1500° et celle des tubes à 350°, les raies ne devraient avoir qu'une largeur double dans la flamme. On peut en conclure que, malgré la faible quantité de substance qui existe (juste assez pour colorer celle-ci), sa densité réelle doit être comparable à celle de la vapeur de cette substance bouillant sous la pression atmosphérique.

L'objet principal de ce travail est de montrer les ressources que peut fournir l'étude des variations d'éclat que présentent les franges d'interférence, à mesure que la différence de marche augmente. Le principe fondamental sur lequel est basée la détermination de la *structure* d'une raie ou d'un groupe de raies par cette méthode n'est pas essentiellement différent de celui de l'analyse spectrale par les réseaux; les deux méthodes reposent en effet sur des phénomènes d'interférence. Mais la méthode nouvelle présente, pour cette recherche, des avantages remarquables, parce qu'elle est presque complètement indépendante d'erreurs provenant des défectuosités des appareils optiques ou mécaniques. Un

seul coup d'œil jeté sur la *fig.* 42 (p. 148) donnera une idée claire du pouvoir de résolution de cette méthode comparée à celle des réseaux. Toutefois, pour que la comparaison fût parfaite, il serait nécessaire de prendre pour spectre-type celui d'une des substances examinées ici, et placée dans les mêmes conditions. Avec les meilleurs instruments aujourd'hui en usage, il est difficile de *résoudre* des raies aussi serrées que les composantes de chacune des raies de la lumière jaune du sodium. Il est évident, au contraire, que l'on pourrait, par l'emploi de l'*analyse par les ondes lumineuses*, si je puis nommer ainsi cette méthode d'investigation, arriver facilement au dixième de cette limite; si la largeur des raies est moindre que leur distance, il n'existe, par le fait, pas de limite.

SUPPLÉMENT.

1. On a déjà fait remarquer que, dans un grand nombre de cas, il est difficile ou impossible de décider entre deux ou plusieurs distributions de raies, qui donneraient très approximativement la même courbe de visibilité; si la source contient un grand nombre de raies, il existe un nombre énorme de combinaisons de leurs intensités et de dispositions de ces raies, parmi lesquelles on peut choisir un type. Déjà, lorsque le nombre des raies est supérieur à trois, à moins cependant qu'elles n'aillent par paire (comme dans le cas du sodium), la courbe de visibilité résultante devient si complexe qu'il est très difficile de l'analyser. Dans bien des cas cependant, si les composantes ne sont pas trop rapprochées, les résultats obtenus au moyen d'un réseau peuvent guider dans la recherche de la combinaison la plus plausible.

On peut montrer aisément que la formule

$$V^2 = \frac{C^2 + S^2}{P^2}$$

de la courbe de *visibilité* due à la distribution de la lumière $y = \varphi(x)$ est identique à celle de la courbe d'*intensité* au foyer d'une lunette munie d'ouvertures qui produisent cette distribution dans la lumière qui la traverse. Par conséquent, si une lunette est pourvue d'ouvertures que l'on puisse ajuster en largeur, en longueur et en distance, l'image de diffraction d'une fente lumineuse éloignée donnera immédiatement une représentation de la courbe entière de visibilité; en réglant convenablement les intensités et les distances, on pourra reproduire plus ou moins exactement une courbe de visibilité quelconque; on aura ainsi un moyen d'étudier les relations entre V et $\varphi(x)$, qui, bien que ne

donnant peut-être qu'une approximation grossière, pourra être plus commode que des méthodes analytiques ou graphiques.

II. L'un des objets que l'on s'était proposé en entreprenant ces études était la recherche d'une radiation d'homogénéité suffisante pour pouvoir être employée comme étalon fondamental de longueur. Les courbes obtenues avec le cadmium montrent que ce métal fournit trois raies qui peuvent être employées dans ce but. La raie rouge est d'une homogénéité presque idéale, et permet aisément l'estimation d'un changement de phase d'un centième de frange dans une distance totale de 200^{mm}, ce qui dépasse 300 000 longueurs d'onde. Les deux raies verte et bleue sont encore assez propres à être utilisées pour ces observations, et elles fournissent des contrôles extrêmement importants. Chacune d'elles cependant est accompagnée d'une raie faible, dont il est nécessaire de connaître l'effet sur la phase des franges d'interférence.

Soient φ la fraction de longueur d'onde dont la position d'un minimum est déplacée par suite de la présence de la raie secondaire, α le nombre de *périodes* comprises dans la différence de marche, et r le rapport des intensités. On aura

$$\operatorname{tang} 2\pi\varphi = -\frac{r \sin 2\pi\alpha}{1 - r\cos 2\pi\alpha}.$$

Ainsi, si $r = \frac{1}{4}$, φ sera maximum pour α voisin de $\frac{1}{2}$, et l'on aura approximativement

$$\varphi = -0{,}04.$$

Cette correction sera la plus forte que l'on ait à appliquer; elle est négative si la raie la plus brillante a une longueur d'onde supérieure à l'autre. Il est théoriquement possible de déterminer par ce moyen, dans le cas de deux raies inégales ou d'une raie élargie dissymétriquement, si la partie la plus brillante se trouve vers le côté rouge ou bleu du spectre.

III. On a dit que, même si l'on pouvait surmonter toutes les difficultés pratiques que l'on rencontre dans la construction des réseaux de grande dimension, on ne gagnerait absolument rien dans la résolution de certains groupes de raies spectrales, à cause de la largeur réelle de ces raies elles-mêmes, causée par le manque d'homogénéité des radiations qui les produisent. Les résultats des recherches qui précèdent montrent que, si nous sommes encore loin de cette limite avec les réseaux que l'on construit actuellement, elle n'en existe pas moins. L'accord entre les largeurs mesurées de dix-huit raies différentes montre en outre que cet élargissement des raies dans un gaz raréfié peut être parfaitement expliqué, en appliquant le principe de Doppler au mouvement des atomes

vibrants dans la direction de la vision, et fournit une des preuves les plus directes de la théorie cinétique des gaz.

La forme des composantes dernières de tous les groupes de raies examinées jusqu'ici concorde bien avec une courbe exponentielle $\varphi(x) = e^{-a^2x^2}$; ce qui montre que la distribution des vitesses ne peut pas s'écarter beaucoup de celle qu'exige la théorie de Maxwell.

Si la limite indiquée plus haut était due seulement au mouvement des molécules, et si l'on pouvait rendre lumineuse la substance à une température assez basse, il serait sans doute possible d'observer des phénomènes d'interférence avec une différence de marche de plusieurs mètres. Mais il faut considérer que, puisque chaque molécule vibrante transmet son énergie à l'éther sous la forme d'ondes lumineuses, ses vibrations doivent diminuer d'amplitude; par conséquent, la série des ondes n'est plus homogène, alors même que les vibrations restent absolument isochrones; il en résulte un élargissement des raies, qui impose une limite à la différence de marche pour laquelle l'interférence est visible.

ANNEXE IV.

ÉTUDE DE LA RADIATION BLEUE.

CAUSES DIVERSES DE VARIATIONS.

ANNEXE IV.

ÉTUDE DE LA RADIATION BLEUE.

CAUSES DIVERSES DE VARIATIONS.

Si l'on se reporte aux *fig.* 34, 35 et 36 (p. 143 et 144), on voit que, pour une distance de dix centimètres, les franges produites par les radiations rouge et verte du cadmium n'éprouvent qu'une faible diminution de netteté, tandis que la visibilité des franges bleues a déjà diminué d'environ 80 pour 100. Cette réduction de la visibilité n'implique pas nécessairement une altération dans la phase, sauf dans le cas d'une source dissymétrique. On a démontré, en effet, que la position des maxima et des minima des franges est donnée par l'équation

$$\operatorname{tang} \frac{2\pi}{\lambda} D = -\frac{\int \varphi(x) \sin 2\pi D x \, dx}{\int \varphi(x) \cos 2\pi D x \, dx}.$$

Mais le numérateur de cette fraction s'annule lorsque $\varphi(x)$ est symétrique, et dans ce cas la période des franges est absolument constante. Si l'on se reporte aux résultats qui ont été obtenus, aux grandes différences de marche, avec l'étalon VIII, tels qu'ils ont été indiqués p. 59, on en conclura par conséquent que la raie bleue n'est pas symétrique. La présence de la petite raie secondaire produirait une très légère variation périodique, qui est beaucoup trop faible pour pouvoir être observée. La même chose peut être vraie également, dans une moindre mesure, pour les raies verte et rouge; mais ces dernières sont si fines que l'effet pouvant en résulter sur la phase des franges ne deviendrait appréciable que pour une distance de quinze à vingt centimètres.

Plusieurs séries d'observations ont été faites dans le but de vérifier cette différence de phase dans la radiation bleue. Nous reproduisons ci-après, à titre d'exemple, les résultats de l'une de ces séries. Les observations étaient faites en déplaçant le plan de référence d'intervalles égaux, à partir de la surface antérieure de l'étalon VIII jusqu'en arrière du miroir postérieur, et en revenant ensuite au point de départ; on éliminait ainsi les variations inévitables de la

température pendant l'expérience. Il est d'ailleurs facile de dégager complètement la marche relative des mesures, dans les trois couleurs, de l'effet de ces variations de température, aussi bien que des erreurs (systématiques pour toutes les trois) provenant des différences de réglage des surfaces à chaque nouvelle position du plan de référence; à cet effet, on ajoute après coup aux trois lectures du compensateur, constituant une observation, des corrections correspondantes, calculées d'après les rapports des longueurs d'onde, et choisies de manière à ramener l'une de ces lectures (celle des franges rouges par exemple) constamment à une même valeur. Dans le Tableau qui suit, on a ainsi réduit à zéro toutes les lectures faites en lumière rouge. Nous rappelons que 1 tour du compteur déplace le plan de référence de 2^{mm}. L'étalon VIII ayant cinq centimètres de longueur, les lectures 0^t et 25^t correspondent donc sensiblement à la coïncidence du plan de référence avec les surfaces des miroirs; à la lecture $12^t,5$, le plan de référence serait à peu près dans le milieu de la longueur de l'étalon. Les nombres donnés sont les moyennes des résultats obtenus en allant et en revenant.

Compteur.	Lumière rouge.	Lumière verte.		Lumière bleue.	
t			ε		ε
0	0,00	0,47	— 0,01	0,68	+ 0,15
1	»	0,47	— 0,01	0,62	— 0,09
2	»	0,44	— 0,00	0,54	— 0,01
3	»	0,41	— 0,05	0,53	0,00
4	»	0,46	0,00	0,50	— 0,03
5	»	0,50	+ 0,04	0,60	+ 0,07
6	»	0,46	0,00	0,57	+ 0,04
7	»	0,46	0,00	0,56	+ 0,03
8	»	0,49	+ 0,03	0,53	0,00
9	»	0,42	— 0,04	0,49	— 0,04
10	»	0,51	— 0,05	0,49	— 0,04
11	»	0,42	— 0,04	0,36	— 0,17
12	»	0,43	0,03	0,38	— 0,15
13	»	0,50	— 0,04	0,45	— 0,08
14	»	0,45	— 0,01	0,41	— 0,12
15	»	0,46	0,00	0,48	— 0,05
16	»	0,49	+ 0,03	0,47	— 0,06
17	»	0,45	— 0,01	0,51	— 0,02
18	»	0,39	— 0,07	0,45	— 0,08
19	»	0,48	— 0,02	0,55	— 0,02
20	»	0,49	— 0,03	0,59	— 0,06
21	»	0,52	+ 0,06	0,60	+ 0,07
22	»	0,42	— 0,04	0,57	+ 0,04
23	»	0,46	0,00	0,66	+ 0,13
24	»	0,43	— 0,03	0,57	— 0,04
25	»	0,46	0,00	0,64	+ 0,11
	0,00	Moy. 0,46		Moy. 0,53	

On voit immédiatement que la lecture, pour la lumière verte, devient très

sensiblement constante; les écarts ε par rapport à la moyenne, dus aux erreurs inévitables d'observation, ne présentent aucune marche systématique; pour les radiations bleues, au contraire, cette marche systématique est évidente, la phase correspondante à celle des deux autres radiations allant en décroissant progressivement, lorsque le plan de référence se déplace de l'une ou l'autre des deux extrémités de l'étalon vers son milieu. On peut remarquer en passant qu'il n'y a pas de changement brusque au moment où l'on traverse les surfaces; on peut en conclure que l'erreur due à un défaut d'estimation de la phase au moment du minimum est négligeable.

Les autres séries d'observations, faites de la même manière, ont conduit à des conclusions tout à fait semblables. Toutefois, ces observations ne sont pas assez précises pour que l'on puisse établir, d'après elles, la forme exacte de la courbe correspondante aux radiations bleues; et, dans notre complète ignorance de la forme de l'expression qui représente la période des franges en fonction de la différence de marche, il nous est impossible d'en déduire analytiquement la forme de cette courbe.

Supposons cependant que le nombre moyen des ondes dans l'unité de distance soit représenté par $n = n_0 - \varphi(D)$, où $\varphi(D)$ est une fonction croissante de la distance D, et n_0 ce nombre pour $D = 0$. Le nombre N_1 des ondes comprises dans la distance D_1, entre le miroir supérieur de l'étalon et le plan de référence, sera $n_1 D_1$, et le nombre correspondant N_2 pour le miroir inférieur sera $n_2 D_2$. Il en résulte

$$N_1 = n_0 D_1 - D_1 \varphi(D_1), \qquad N_2 = n_0 D_2 - D_2 \varphi(D_2);$$

donc

$$N_1 - N_2 = n_0(D_1 - D_2) - [D_1 \varphi(D_1) - D_2 \varphi(D_2)].$$

Mais le nombre des ondes comprises dans la distance $D_1 - D_2$ serait $n_0(D_1 - D_2)$ si la valeur de n ne subissait aucune altération avec la distance. Le terme entre crochets, que nous désignerons par Σ, est donc l'expression des écarts que l'on peut attendre de la variabilité de n. Sa valeur varie plus rapidement que la différence de marche; par conséquent, l'écart sur l'étalon VII doit être plus petit que la moitié de l'écart sur l'étalon VIII.

L'importance de cette variation dans le bleu, au point de vue de l'objet spécial de ce travail, est qu'elle infirme le contrôle fourni par les mesures faites sur les radiations de cette couleur. Toutefois, si dans les comparaisons le plan de référence coïncide approximativement avec la surface antérieure du petit étalon, et avec le milieu du grand, on aura, pour l'étalon le plus court,

$$D_1 = L \qquad \text{et} \qquad D_2 = 0,$$

d'où

$$\mathfrak{F} = L\varphi(L);$$

en doublant cette quantité (comme on le fait en comparant la double longueur de cet étalon avec la longueur de l'étalon immédiatement supérieur), on aura

$$\mathfrak{F}_1 = 2L\varphi(L).$$

Pour l'étalon le plus grand, d'autre part,

$$D_1 = L \qquad \text{et} \qquad D_2 = -L,$$

et, comme $\varphi(L) = \varphi(-L)$,

$$\mathfrak{F}_2 = 2L\varphi(L) = \mathfrak{F}_1.$$

Ainsi, avec cette manière d'opérer, le contrôle fourni par la radiation bleue ne nécessite aucune correction supplémentaire.

La concordance des résultats obtenus en mesurant les excédents fractionnaires sur l'étalon IX, à différentes époques, avec divers échantillons de cadmium, avec des tubes préparés dans des conditions différentes, contenant des quantités d'air variables, et soumis à des changements considérables de température et d'intensité du courant, montre que ces résultats sont pratiquement indépendants de ces conditions. Il était néanmoins désirable de vérifier ces conclusions par quelques séries d'observations entreprises spécialement dans ce but.

Nous donnerons d'abord les résultats d'une série de mesures qui a été faite en vue de rechercher si l'on produirait quelque changement dans la phase des franges, avec une différence de marche de dix centimètres, en chauffant plus ou moins le tube contenant la vapeur de cadmium. L'appareil ayant été soigneusement réglé, on l'a abandonné à lui-même pendant quelque temps, afin de permettre à la variation de la température de prendre une marche lente et régulière. On a chauffé le tube à cadmium, d'abord modérément, strictement autant qu'il était nécessaire pour obtenir des franges nettement visibles. On a alors commencé les observations, qui consistaient simplement à mesurer, à des intervalles de temps successifs, que l'on notait, les phases des franges obtenues dans les trois couleurs, comme toujours au moyen du compensateur, et sans toucher d'ailleurs

en aucune façon à aucune partie de l'appareil; en même temps, on notait la visibilité. Ensuite, on a élevé la température du tube, en augmentant la flamme de gaz qui le chauffait, tout en continuant les observations à intervalles égaux. Pendant cette période d'ascension de la température, on a vu la visibilité des franges décroître peu à peu dans une proportion considérable, et les franges rouges finir même par s'effacer entièrement; on peut donc affirmer que la variation de température du tube à cadmium s'était étendue entre des limites beaucoup plus écartées que celles qui étaient admissibles dans les opérations ordinaires; ces limites peuvent ici être évaluées approximativement à 150° d'une part et 400° de l'autre. Cette dernière température a été maintenue quelques instants; puis, on a de nouveau abaissé la flamme, et poursuivi les mesures pendant la période de refroidissement, et enfin à la température inférieure redevenue sensiblement constante.

Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau suivant. Les nombres inscrits sur ce Tableau sont les lectures successives faites sur le tambour divisé du compensateur. Pour donner une idée de la grandeur des écarts, nous dirons que la division de ce tambour représentait 0,0074 frange en lumière rouge, 0,0093 frange en lumière verte, et 0,0099 frange en lumière bleue.

	Heure.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	h m	d	d	d
Température fixe vers 150°.....	2.42	139	186	180
	2.45	135	174	170
	2.52	138	174	169
	2.57	123	165	166
	2.58	125	164	165
Température ascendante de 150° à 400°..	3. 0	121	163	160
	3. 2	126	165	159
	3. 4	124	158	148
	3. 6	120	161	147
	3. 8	120	156	144
Température fixe vers 400°.....	3.10		165	
	3.12		146	130
	3.14		143	130
	3.16		143	123
	3.18		139	118
Température descendante de 400° à 150°.	3.20		137	122
	3.22	87	135	122
	3.24	90	131	121
	3.26	88	130	117
	3.28	81	119	112
Température fixe vers 150°.....	3.30	81	123	111
	3.32	75	120	105
	3.34	75	117	104
	3.36	73	115	102

Il n'existe aucune relation entre les résultats obtenus dans chacune des cinq périodes dont se compose cette série, et les variations énormes de la température du tube à cadmium. C'est ce qu'on peut mettre nettement en évidence, en représentant graphiquement ces résultats, les temps étant portés en abscisses et les lectures du compensateur en ordonnées. On obtient ainsi, pour les trois couleurs, trois lignes, à peu près droites et à peu près parallèles, sur lesquelles les points obtenus se disposent d'une façon irrégulière et manifestement fortuite; indiquant un déplacement lent et continu des surfaces, du commencement à la fin, déplacement dû à la marche de la température à l'intérieur de l'instrument, à des résidus d'élasticité des diverses pièces des supports, peut-être encore à d'autres causes, mais mettant nettement hors de question une influence quelconque de la température du tube à cadmium. Quelques autres séries d'expériences, faites de la même manière, ont toujours conduit à une conclusion identique.

Il était également important d'étudier l'influence de l'intensité de la décharge. A cet effet, on a exécuté quelques expériences dans lesquelles on faisait varier le courant envoyé dans le circuit primaire de la bobine d'induction, à partir d'une intensité à peine suffisante pour permettre de distinguer les franges, jusqu'à des intensités produisant une lumière trop brillante pour pouvoir être supportée sans fatigue. Voici les résultats obtenus (on n'a observé que les franges en lumière verte) :

Heure.	Intensité du courant.	Vert.
h m	amp	d
4.15	0,5	102
4.19	0,1	97
4.21	0,3	97
4.24	0,5	97
4.26	1,0	95
4.29	2,0	89
4.30	1,0	86
4.35	0,1	81

Ici encore, on n'aperçoit aucune relation systématique, bien qu'on ait fait varier l'intensité du courant dans le rapport de 1 à 20, c'est-à-dire entre des limites beaucoup plus étendues que celles entre lesquelles on s'est maintenu dans les expériences normales.

Nous signalerons encore ici une expérience, dans laquelle on a employé concurremment deux tubes placés dans des conditions aussi identiques que possible, à cela près que l'un des deux présentait une petite fissure, récemment pro-

duite, qui laissait rentrer l'air très lentement; les franges bleues y étaient difficilement observables; l'autre tube, au contraire, était neuf et en très bon état. Ces deux tubes ont donné les résultats suivants (en franges) :

	Rouge.	Vert.	Bleu.
Tube N° 1	0,58	0,01	0,96
» N° 2	0,61	0,05	0,97

Ainsi les résultats obtenus sont indépendants de l'etat du tube.

Enfin, on a préparé un tube avec du cadmium chimiquement pur, qui avait été distillé sous très basse pression, dans ce but, dans le laboratoire de M. Kahlbaum, professeur de Chimie, à Bâle; on le monta à côté d'un de ceux qui avaient déjà servi, dans des conditions telles qu'on pouvait, par le simple déplacement d'un miroir, passer instantanément de l'une à l'autre de ces deux sources, sans rien déranger à l'appareil. La phase des franges, pour une différence de marche de dix centimètres, a été trouvée exactement la même. On peut en conclure que, dans des limites très étendues, la longueur d'onde des trois radiations est pratiquement constante.

ANNEXE V.

INDICATIONS POUR UNE DÉTERMINATION ULTÉRIEURE.

ANNEXE V.

INDICATIONS POUR UNE DÉTERMINATION ULTÉRIEURE.

Parmi les modifications à introduire dans l'appareil et dans les méthodes qui se sont présentées à l'esprit dans le cours de ce travail, les suivantes me paraissent mériter d'être essayées.

Température. — Il semble que les précautions déjà prises ont éliminé toute erreur un peu importante due à l'incertitude dans la mesure de la température. Il n'en est pas moins évident qu'une constance encore plus grande de cet élément serait désirable, et il ne paraît pas y avoir de sérieuses difficultés à atteindre ce résultat, en entourant la caisse de fonte, aussi complètement que possible, d'une série de tubes, traversés par une circulation continue d'eau amenée à une température constante par un régulateur approprié. Mais l'avantage le plus important de cet arrangement serait de donner à toutes les parties de l'appareil une même température. On placerait aussi des écrans non conducteurs à l'extérieur de ces tubes. Dans tous les cas, il est probable que le résultat serait plus facilement obtenu en travaillant en été et à la température ambiante.

L'avantage d'avoir tous les étalons du même métal a été déjà indiqué; la même raison conduit à penser que ce métal devrait être celui du Mètre Prototype international, si la question de dépense ne devait pas intervenir, ou tout au moins d'une de ses copies authentiques d'un métal moins coûteux, par exemple de nickel.

Source de lumière. — La source idéale serait une substance volatile aux températures ordinaires, qui ne serait pas décomposée par la décharge, qui n'attaquerait pas les électrodes ou le verre, et qui donnerait un certain nombre de raies simples très espacées, de préférence dans le rouge, le vert et le violet. L'étude préliminaire qui a été faite de huit ou dix substances semble, comme on l'a vu, confirmer la conclusion théorique que la différence de marche pour laquelle les franges sont encore visibles est proportionnelle à la racine carrée

de la masse moléculaire; c'est donc parmi les éléments les plus lourds qu'on doit chercher les meilleures solutions.

Le cadmium remplit toutes les conditions requises, d'une manière beaucoup plus satisfaisante que tous les autres éléments examinés jusqu'ici; mais il n'est nullement improbable que l'on n'arrive ultérieurement à obtenir des résultats aussi bons ou meilleurs avec d'autres substances, et il serait désirable d'entreprendre des recherches systématiques dans cette direction. Il serait surtout désirable (les autres conditions étant remplies) d'employer un corps volatil aux températures ordinaires. Le chlorure d'étain et le mercure ont été examinés; mais les raies du premier ne sont pas très brillantes, et le second donne une radiation complexe. Il serait peut-être possible, dans le cas de l'étain, de modifier la forme et la section du tube de manière à obtenir de meilleurs résultats. Dans le cas du mercure, il est possible que la présence des raies secondaires n'ait qu'un effet insignifiant sur la phase des interférences dues à la radiation principale; ou que cet effet puisse être éliminé en observant au moyen d'étalons dont la longueur correspondrait à un maximum de visibilité. Dans ce cas, la distance très considérable à laquelle les interférences sont encore visibles (25^{cm} à 30^{cm} pour les deux raies jaunes, et 40^{cm} pour la raie verte) permettrait l'usage d'étalons intermédiaires de cette longueur [1].

Si les recherches futures n'amènent pas la découverte d'une substance convenable, volatile aux températures ordinaires, il serait avantageux de chauffer le tube à l'aide d'une spirale de platine traversée par un courant électrique. Le tube pourrait être ainsi chauffé plus uniformément, et l'on diminuerait l'action perturbatrice des variations de la densité de vapeur; on diminuerait aussi l'action du foyer sur l'équilibre de la température dans le comparateur.

On obtiendrait probablement aussi de meilleurs résultats en actionnant la bobine à l'aide du courant fourni par un alternateur.

Comme il a été dit précédemment, les tubes sont, en général, mis hors d'usage après une douzaine environ d'expériences de deux à trois heures chacune. La cause en est le plus souvent une fêlure du verre près de l'électrode. Il arrive aussi que le tube noircit par un dépôt, qui se fait aux dépens de l'aluminium des électrodes. Il est possible également que le cadmium forme avec l'aluminium un alliage moins volatil que le cadmium lui-même. Des tubes avec

[1] La raie verte du thallium, et les raies jaunes du sodium, si on sépare celles-ci au moyen d'une dispersion suffisante, pourraient aussi être employées, à la condition de faire les corrections nécessaires pour les raies secondaires, ou bien en éliminant leur influence en observant près d'un maximum de visibilité.

des électrodes de cadmium, ou même sans électrodes, pourraient rendre des services; dans ce dernier cas, il serait tout indiqué d'employer les procédés d'excitation de M. Tesla.

Comparaison des étalons IX et X. — La comparaison des étalons IX et X constitue l'opération la plus fastidieuse de la série, et quoique l'exactitude que l'on y atteigne soit probablement supérieure à celle que l'on obtient dans la mesure absolue de l'étalon IX en longueurs d'onde, il n'en serait pas moins désirable de diminuer le nombre des étapes (20 dans chaque moitié de la mesure) et par conséquent la durée de l'opération. Cette comparaison présente quelque analogie avec la mesure d'une base au moyen d'une règle, que l'on avance chaque fois de sa propre longueur, la position des extrémités étant marquée par une ligne de repère dont la fonction correspond à celle du *plan de référence*. Il est clair que, en employant deux règles, dont chacune servirait de repère pour la précédente, la mesure serait plus précise et le travail deux fois plus rapide. Pour appliquer cette méthode, il est nécessaire de modifier les étalons intermédiaires. Les *fig.* 47 et 48 représentent un étalon ainsi modifié, vu en

Fig. 47.

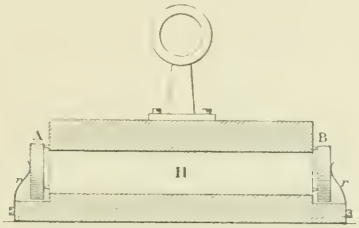
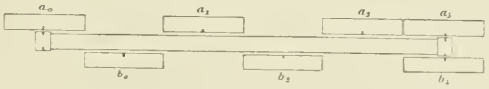


Fig. 48.

coupe et de face. Cet étalon consiste en une barre de métal de 2 centimètres de largeur sur 4 de hauteur, percée dans toute sa longueur d'un canal cylindrique H de 18 millimètres environ de diamètre. Tout près de l'ouverture, à chaque extrémité, se trouvent trois pointes contre lesquelles les glaces A et B, argentées vers l'intérieur, sont pressées par des ressorts *rr*.

Le procédé de comparaison, avec deux étalons de cette forme, de 20 centi-

Fig. 49.



mètres, est représenté par le diagramme *fig.* 49. Si a_0, b_0 représentent les po-

sitions des deux étalons au point de départ, les étapes successives seraient a_1, b_2, a_3, b_4, a_5; les mêmes opérations seraient ensuite répétées en sens inverse. On pourrait faire une série d'observations indépendante, en transposant les étalons a et b. Ainsi, avec un étalon de 2 décimètres, le nombre des positions serait réduit dans la proportion de 20 à 5, et le temps serait réduit de la même quantité.

Si la surface de la lame A était argentée légèrement, et si les verres étaient tous de même épaisseur, il n'existerait aucune différence essentielle dans l'observation des franges en lumière blanche; mais, dans la mesure des fractions en lumière monochromatique, les deux systèmes de cercles que l'on doit comparer seraient superposés. On pourrait éviter cet inconvénient, en établissant l'interférence entre les deux surfaces comme dans le dilatomètre Fizeau; seulement, dans ce cas, le dernier étalon de la série aurait une longueur deux fois moindre, puisque la différence de marche serait double de la longueur de l'étalon.

Cette difficulté pourrait être tournée, en enlevant partiellement l'argenture de la première glace, ainsi qu'il est indiqué dans la *fig.* 50. On pourrait alors observer isolément les interférences sur les deux miroirs, en déplaçant un écran qui serait percé des ouvertures correspondantes.

Fig. 50.

Étalons intermédiaires. — Les surfaces des glaces fixées aux étalons ont été faites avec le même soin que celles du réfractomètre; elles étaient d'abord circulaires, et ont été ensuite amenées à la forme carrée. Un examen fait immédiatement après leur réception avait montré qu'elles étaient parfaitement planes jusqu'à 1 millimètre du bord, et il semblait même que la légère convexité observée à cet endroit était due plutôt aux imperfections de l'argenture qu'à un défaut de la surface du verre lui-même. Lorsqu'on argenta de nouveau les glaces pour l'ajustement des étalons, on constata que plusieurs des surfaces étaient moins planes qu'auparavant. On supposait que les surfaces se terniraient, avant les observations définitives, assez pour qu'il fût nécessaire de les réargenter, et l'on pensait en profiter pour vérifier de nouveau les glaces, afin de savoir si les légères imperfections (rarement supérieures à un dixième d'onde) pouvaient être attribuées à une disparition graduelle des tensions dues au rodage des côtés. Mais l'argenture s'est très bien conservée pendant plus de six mois, et dès lors il a paru inutile de perdre le temps qui aurait été nécessaire à un nouvel ajustement complet des étalons. Sans doute cette conservation de l'argenture a

été due à la précaution que l'on a prise de garder constamment les étalons sous une cloche. Il serait néanmoins avantageux de posséder des surfaces sur lesquelles on pût compter indéfiniment; il serait peut-être possible, dans ce but, de les dorer ou de les platiner.

Comme c'est en réalité l'étalon de 1 décimètre (peut-être plus tard de 2 décimètres) que l'on compare à la longueur d'onde, puisque le contrôle fourni par les mesures des excédents fractionnaires ne s'étend pas plus loin, il serait désirable de rendre cette pièce aussi inaltérable que le mètre étalon lui-même. Il n'est peut-être pas impossible d'y arriver en construisant l'étalon d'une seule pièce (en verre, platine iridié ou nickel), ainsi qu'il est représenté dans la *fig.* 51. Il faudrait roder et polir d'abord la surface A, et amener ensuite peu

Fig. 51.

à peu la surface B au parallélisme, en la contrôlant fréquemment, à l'aide du réfractomètre. Il est peu important d'établir très exactement la distance AB, bien qu'il ne semble pas exister de réelle difficulté à obtenir, à quelques microns près, la distance voulue.

Il convient de remarquer, en passant, qu'il n'est pas nécessaire d'avoir des étalons intermédiaires absolument constants. Si, dans l'intervalle des comparaisons entre un étalon et le précédent ou le suivant, il ne se produit pas de changement brusque (tel que celui qui pourrait être produit par un choc), la concordance des résultats sera toujours suffisante pour fixer le nombre entier cherché. La Table suivante montre que, si la concordance est exacte pour un nombre entier donné, il n'est pas possible de faire erreur, même s'il y avait, dans la comparaison des deux étalons entre eux, une incertitude de plusieurs longueurs d'onde entières. En effet, la première combinaison dans laquelle la différence extrême est au-dessous de 0,19 se trouve à 15 longueurs d'onde de distance du nombre admis.

Nombre d'ondes dans le			
Rouge.	Vert.	Bleu.	Différences.
0,00	0,00	0,00	0,00
1,00	1,27	1,34	0,34
2,00	2,53	2,68	0,68
3,00	3,81	4,02	0,21
4,00	5,08	5,36	0,36
5,00	6,35	6,70	0,70
6,00	7,60	8,05	0,45
7,00	8,86	9,39	0,53
8,00	10,13	10,74	0,39
9,00	11,39	12,06	0,39
10,00	12,66	13,42	0,66
11,00	13,92	14,76	0,24
12,00	15,19	16,10	0,19
13,00	16,46	17,45	0,46
14,00	17,73	18,79	0,27
15,00	19,00	20,13	0,13

En nous reportant aux résultats des comparaisons (pages 73-75), nous voyons que les plus grandes valeurs des différences extrêmes sont : dans la série I, 0,19; dans la série II, 0,10; ces différences renferment le double de l'erreur commise dans la mesure de la fraction sur l'étalon précédent; mais, si l'on compare les résultats des mesures de l'étalon IX seul dans les séries I et II, les différences extrêmes dans la fraction seraient seulement de 0,04. Comme des changements de l'ordre de 15 demi-longueurs d'onde dans la longueur de l'étalon IX sont tout à fait en dehors de ce qu'on peut prévoir, il s'ensuit que, au point de vue du contrôle futur de l'invariabilité du Mètre Prototype, une nouvelle détermination du nombre entier de longueurs d'onde contenues dans l'étalon IX, et tout le travail qu'elle implique, seraient complètement inutiles.

Supposons par exemple que, L et l ayant été respectivement les longueurs primitives du Prototype et de l'étalon IX, ces longueurs se soient altérées et soient devenues, à un moment donné, L′ et l'. Supposons en outre qu'on ait trouvé à l'origine

$$L = 10l + \varepsilon,$$

et que de nouvelles comparaisons donnent actuellement l'équation

$$L' = 10l' + \varepsilon'.$$

Entre l'ancienne et la nouvelle valeur du mètre on a donc la relation

$$\Delta = L - L' = 10(l - l') + (\varepsilon - \varepsilon').$$

Supposons encore que les excédents fractionnaires primitivement mesurés, à

la température de 15° et sous la pression de 760^{mm}, aient été a, b, c, et que les nouveaux soient, dans les mêmes conditions, a', b', c'. Soient λ_r, λ_v, λ_b les trois longueurs d'onde. Si l'on a

$$(1) \qquad \lambda_r(a - a') = \lambda_v(b - b') = \lambda_b(c - c') = n\lambda_r,$$

il en résulte

$$l - l' = n\lambda_r,$$

et enfin

$$\Delta = 10n\lambda_r + (\varepsilon - \varepsilon').$$

La valeur de ce contrôle repose sur le fait d'expérience qu'il n'y a *qu'une seule valeur possible de n* qui satisfasse à l'équation (1) avec des écarts qui n'excèdent pas un ou deux centièmes d'onde; pour toutes les autres valeurs possibles de n, dans les limites entre lesquelles on pourrait hésiter, ces écarts deviendraient au moins dix fois plus grands.

ANNEXE VI.

OBSERVATIONS.

ANNEXE VI.

OBSERVATIONS.

Dans les pages suivantes, on a réuni les données expérimentales qui ont conduit à la connaissance de la valeur du mètre en longueurs d'ondes lumineuses. Toutefois, il a paru inutile de surcharger ce Mémoire de l'énorme quantité de chiffres qu'aurait fournis la reproduction textuelle et intégrale de tous les journaux d'observations, dont les originaux sont conservés au Bureau international des Poids et Mesures. On s'est efforcé, en les résumant sous une forme claire, de donner une idée complète de l'ensemble du travail; et, tout en supprimant, dans cette publication, soit les nombres qui n'ont d'intérêt, à un moment donné, qu'à titre d'indication, soit les intermédiaires résultant de calculs et que chacun peut retrouver, on s'est proposé de conserver tout ce qu'il y a d'essentiel dans les résultats immédiats des expériences, de manière à permettre de suivre les détails de la détermination d'un bout à l'autre, et de rendre possible, au besoin, un contrôle des conclusions finales.

Les observations relatives à la détermination du mètre auxiliaire X, en fonction du Prototype fondamental, ont été déjà données dans l'Annexe I (p. 101 à 105). Les pages qui suivent se rapportent donc aux observations faites au moyen du comparateur interférentiel. Il sera utile de donner quelques explications sur leur contenu et sur le mode d'arrangement qui a été adopté pour les Tableaux qu'elles renferment.

Les observations ont été divisées, comme on l'a dit (p. 69), en deux Séries, dont la première avait été faite en double, partiellement au moins, par les deux observateurs. On a donné d'abord les résultats des deux Séries complètes de M. Michelson, et ensuite ceux de la Série de M. Benoît, qui est restée incomplète pour les raisons qui ont été indiquées, mais peut fournir cependant un contrôle précieux.

Les données des expériences ont été reproduites, pour plus de simplicité et de

clarté, en modifiant l'ordre purement chronologique, et en rapprochant et réunissant ensemble les opérations de même nature.

I. **Compte du nombre des franges dans l'étalon I** (p. 189). — Les quantités données dans ces Tableaux sont les quantités N, a, a_1, b, b_1, τ_r, τ_b de la formule de la page 48. La *tare* τ_b du compensateur en lumière blanche est, pour les premières franges, à très peu près identique à celle qu'on obtiendrait en lumière jaune de la soude.

II. **Comparaisons des étalons intermédiaires entre eux** (p. 190 à 199). — Dans ces Tableaux, on a reproduit les données essentielles du Tableau complet de la page 53, c'est-à-dire les lectures a_1, a_3 (première colonne); a_2, a_4 (deuxième colonne); b_1 (troisième colonne); b_2 (quatrième colonne); la *tare* τ du compensateur en lumière jaune de la soude; enfin on a inscrit au bas le résultat moyen de chaque comparaison.

Le tambour divisé du compensateur portait 240 divisions. Afin de faciliter la composition typographique des Tableaux, on a, lorsque la coïncidence était ajustée, non sur la frange achromatique centrale, mais sur une frange voisine, d'ordre n par rapport à elle, ajouté immédiatement à la lecture de ce tambour (ou retranché de cette lecture) le nombre $n\tau$ de divisions correspondant au nombre de franges intermédiaires. Ainsi s'expliquent, dans les Tableaux, soit les lectures positives qui excèdent 240, soit les lectures négatives.

On s'est dispensé de reproduire les températures, observées seulement à titre de renseignement, et les lectures des compteurs, dont l'inscription n'a d'intérêt que pour permettre de retrouver les franges rapidement et sans tâtonner.

Pour les comparaisons entre les étalons VIII et IX, on n'a donné que celles qui se rapportent à la longueur définitive de IX, tel qu'il a été après son dernier ajustement et a été comparé avec le mètre auxiliaire X.

III. **Mesures des excédents fractionnaires** (p. 200 à 214). — Les documents relatifs à la mesure des excédents fractionnaires sont divisés ci-après en plusieurs parties.

1° On a d'abord, dans les Tableaux des pages 200 à 204, réuni indistinctement, sous une forme résumée, les résultats de *toutes les mesures des fractions* qui ont été faites sur la série des étalons I-IX, depuis le commencement jusqu'à la fin du travail. On a mis en regard, sur une même ligne, les nombres relatifs aux deux étalons qui étaient observés soit alternativement, soit immédiatement l'un après l'autre. La première colonne de chaque observation donne la température corrigée; la seconde donne la pression atmosphérique, le poids de la colonne

mercurielle étant réduit à 0° de température, à la latitude de 45° et au niveau de la mer. Les trois colonnes suivantes donnent les excédents fractionnaires mesurés, pour les trois couleurs rouge, verte et bleue; chacun de ces nombres représente la moyenne de cinq mesures, inscrites dans le carnet d'observations en divisions du tambour du compensateur, et transformée ensuite en *centièmes de frange* ou *centièmes de demi-longueur d'onde* respectivement de chacune des trois radiations, au moyen des *tares* correspondantes de ce compensateur. La comparaison entre l'observation du 24 octobre, sur les étalons I et II, ainsi résumée, et cette même observation reproduite *in extenso*, avec tous ses détails, dans le texte, p. 56, éclaircira ces explications d'une manière plus complète.

Il convient, à propos de ces mesures de fractions, de rappeler et préciser quelques remarques, qui ont leur importance, au point de vue de la discussion de toutes les observations, et du classement qui en a été fait pour l'établissement du résultat final.

Dans les premières observations, la mesure de la température était faite au moyen d'un thermomètre divisé seulement en degrés et dont les corrections n'étaient pas connues. C'est à partir du 14 novembre qu'on a installé un thermomètre Tonnelot (n° 4411) appartenant au Bureau international, divisé en dixièmes et parfaitement étudié.

De même, les pressions barométriques n'ont été déterminées régulièrement qu'à partir du 29 novembre, au moyen d'un baromètre Fuess, système Wild, installé dans la salle. Pour la période précédente, les pressions ont été rétablies après coup, d'une manière approximative, mais suffisante, au moyen du *Bulletin météorologique*.

Les observations faites sur l'étalon VIII sont divisées en deux groupes; dans le premier, qui est marqué d'un astérisque (*), le plan de référence était placé vers le milieu de l'étalon; dans le second, le plan de référence était placé près d'une de ses extrémités. On a vu plus haut (p. 59 et 76) que cette circonstance entraîne une divergence d'environ un quart de frange dans la phase observée pour la lumière bleue, tandis que les lumières rouge et verte conduisent dans les deux cas à des résultats parfaitement concordants. Cette anomalie a fait l'objet, du 18 au 28 novembre, de la série d'études dont il a été rendu compte (p. 159 et suivantes).

L'étalon VIII paraît avoir subi une variation accidentelle sensible (0,6 à 0,7 demi-longueur d'onde) du 9 au 11 novembre (les résultats parfaitement concordants obtenus par les deux observateurs à ces deux dates semblent la mettre

en évidence). Ce même étalon a été ajusté de nouveau, pour le parallélisme des surfaces, le 7 décembre.

Parmi toutes les observations faites sur l'étalon IX, on a conservé seulement, pour l'établissement de la valeur finale du mètre en longueurs d'onde, celles qui commencent au 10 janvier. Ce mode d'agir est justifié par les considérations qui suivent.

En premier lieu, ce n'est qu'à partir du 18 novembre qu'ont été terminées les installations des enveloppes protectrices, destinées à mettre l'appareil à l'abri des variations thermiques rapides et à assurer une mesure exacte de la température. Les observations faites sur IX, antérieurement à cette date, manifestent des conditions insuffisantes, à ce point de vue, à la fois par la marche rapide que suivent en général les valeurs successives dont les nombres du Tableau sont les moyennes, et aussi par la discordance sensible de ces résultats moyens avec ceux des opérations ultérieures.

En second lieu, après une première série de mesures, faites du 18 novembre au 6 décembre, le retournement de l'index de l'étalon, du côté droit au côté gauche, — retournement nécessaire pour procéder aux comparaisons entre l'étalon IX et le mètre auxiliaire X — a eu pour effet, comme on l'a dit (p. 77), d'altérer sensiblement en même temps la distance et le parallélisme des deux surfaces. L'index avait été ajusté *trop serré*, et il a fallu lui donner, par rodage, un peu de jeu. Cette retouche a changé définitivement la longueur de l'étalon IX d'environ — 2,5 demi-longueurs d'onde en lumière rouge. Les observations des 7-8 décembre correspondent à cette retouche.

Parmi celles qui ont suivi, on a encore laissé de côté, pour fixer la valeur définitive de l'étalon IX, celles qui sont comprises entre le 28 décembre et le 9 janvier. C'est, en effet, à partir du 10 janvier que les observateurs ont porté toute leur attention à établir sur les deux surfaces de l'étalon, par la rotation du compensateur, des phases *exactement nulles* (minimum de lumière au centre des anneaux), et non pas seulement des phases d'*apparence semblable*, lesquelles deviennent, lorsque le plan de référence est placé *entre* les deux surfaces, non plus des phases *identiques*, mais des phases *symétriques* (*voir* p. 58). Cette légère modification dans le mode d'ajustement de la phase a produit une petite différence systématique.

Toutes les observations dont il vient d'être question, et qui se trouvent ainsi éliminées au point de vue de l'établissement de la longueur définitive de l'étalon IX en longueurs d'onde, n'en conservent pas moins toute leur valeur pour la vérification du rapport entre les étalons VIII et IX, et le contrôle des *nombres entiers* de longueurs d'onde contenues dans IX, avec les trois couleurs. En outre,

toute la série qui est comprise entre le 18 novembre et le 6 décembre peut être utilisée pour déterminer le coefficient de variation avec la température.

A cet effet, il faut d'abord réduire les 31 observations, faites dans un intervalle de température de 5,5 degrés environ, à une pression uniforme, de 760^{mm} par exemple (p. 71). On peut former ensuite, pour chacune des trois couleurs, 31 équations de condition, dont la résolution conduit aux valeurs les plus probables ci-dessous, des coefficients de variation avec la température :

			5,092	en lumière rouge.
6,442	en lumière verte,	équivalant à	5,089	»
6,804	» bleue,	»	5,072	»
		Moyenne.....	5,084	»

On a remarqué qu'il est arrivé quelquefois que des observations faites consécutivement, ou à peu de distance l'une de l'autre, paraissaient présenter une différence systématique appréciable par rapport à l'ensemble de toutes les déterminations. A cause de cette circonstance, on peut préférer réunir les observations par groupes, et considérer le résultat moyen de chaque groupe comme fournissant une équation de condition. Si, par exemple, on réunit les observations par journées, on obtiendra, pour cette même période, 9 équations de condition, résultant individuellement de nombres inégaux d'observations, et dont la solution pourra, par conséquent, conduire à des coefficients un peu différents. On trouve, en effet, par cette nouvelle combinaison :

			5,119	en lumière rouge.
6,476	en lumière verte	équivalant à	5,115	» »
6,852	» bleue	»	5,108	» »
		Moyenne.	5,114	

On pourrait encore déduire ce même coefficient des 17 observations faites du 10 au 18 janvier, dans un intervalle de température qui atteint à peu près 2 degrés, et aussi des 32 observations faites du 27 février au 7 mars, entre des limites de 3,4 degrés environ. Les résultats obtenus par les divers calculs effectués sur ces séries, toujours avec les mêmes procédés, sont résumés ci-dessous :

	10-18 janvier.			27 février - 7 mars.	
	17 équations.	6 équations.		32 équations.	5 équations.
R.....	5,093	5,084	R.....	5,097	5,095
V.....	5,081	5,075	V.....	5,092	5,095
B.....	5,090	5,081	B.....	5,098	5,094
Moy.	5,088	5,080	Moy.	5,096	5,095

Sans chercher à donner à ces différentes déterminations et divers modes de calcul des poids rigoureux, ce qui serait difficile et sans aucun intérêt, on a admis, comme on l'a vu (p. 72), la valeur ronde 5,09, qui est sensiblement la moyenne de tous les nombres trouvés. On a déjà dit que l'incertitude qui peut rester sur ce coefficient est sans aucune influence sur le résultat final du travail.

2° Ainsi, les observations sur l'étalon IX qui ont servi à fixer la longueur exacte de cet étalon, après son ajustage définitif, et tel qu'il a été comparé au mètre auxiliaire, en janvier, février et mars 1893, et, par son intermédiaire, au Mètre Prototype, sont :

1. { Série I, *a*, du 10 janvier au 18 janvier (17 observations).
   { Série I, *b*, du 31 janvier au 3 février (8 observations).

La moyenne des deux résultats fournis par ces deux groupes a été combinée avec le résultat moyen des comparaisons entre IX et X faites dans l'intervalle, c'est-à-dire du 19 au 23 janvier.

2. Série II, du 27 février au 7 mars (32 observations). Le résultat moyen de cette série a été combiné avec la moyenne des deux résultats des comparaisons faites entre IX et X avant et après, c'est-à-dire du 21 au 25 février d'une part, et du 13 au 18 mars d'autre part.

A cause de l'importance particulière de ces deux séries, il a paru qu'il y avait quelque intérêt à reproduire avec plus de détails le journal d'observations qui leur correspond. Ce journal occupe ci-après les pages 205 à 211. On a donné, dans ces Tableaux : la moyenne non réduite des lectures du thermomètre (n° 4411, excepté du 31 janvier au 10 février, période pendant laquelle il a été remplacé par le n° 4403); la lecture non réduite du baromètre, avec celle du thermomètre attaché ; puis les cinq différences des pointés [*Haut* — *Bas*] faits avec chacune des trois radiations, et tous ramenés (quand il y avait lieu) au signe positif; au-dessous, leurs moyennes, et enfin ces moyennes réduites en fractions de frange. En tête de chaque observation, est inscrite la tare correspondante du compensateur en lumière rouge.

3° Pour permettre de se faire une idée de la concordance générale des observations, une fois les mesures ramenées aux mêmes conditions de température et de pression, on a mis à la suite, pages 212 à 214, les résultats de ces mêmes observations, tous réduits à la température de 15° et à la pression de 760^{mm}. Les nombres *entiers* de franges, remplacés provisoirement jusque-là par des

zéros, ont été rétablis ici, tels qu'ils résultent de la série entière des opérations résumée ci-dessus, pages 73 et 74.

IV. **Comparaisons de l'étalon IX avec le mètre auxiliaire X** (p. 215 à 222). — Ces comparaisons sont reproduites à peu près sous la même forme que dans les Tableaux des pages 65-66. On a seulement supprimé les lectures des compteurs de tours, qui se reproduisent toujours à peu près identiques, et qu'il n'y a aucun intérêt à connaître une fois les observations faites; on a supprimé également les différences des pointés aux micromètres, et, en général, les calculs intermédiaires. On a donné les températures (réduites) des quatre thermomètres, bien que ces températures n'interviennent en rien dans le calcul des résultats (puisque ceux-ci sont indépendants de la température, dans la limite des expériences), pour permettre de se rendre compte de leurs variations, pendant les séries, aux différents points de l'appareil. La partie gauche de chaque Tableau correspond toujours à la moitié de l'expérience faite *en écartant*, les lectures des compteurs allant de 0 vers 500; la partie droite à la moitié faite *en rapprochant*, les lectures allant de 500 vers 0. On a dit que, dans la moitié environ des observations, on a alterné l'ordre de ces deux opérations. En tête de chaque série est donnée la tare du compensateur (en lumière jaune), et, au-dessous, le résultat moyen de la comparaison.

Dans les pages qui suivent, les observations de M. Benoît ont été reproduites de la même façon.

I. **Compte des franges dans l'étalon I.** — Cette mesure a été faite en commun, pour la Série I, par les deux observateurs, et a été déjà donnée page 189.

II. **Comparaisons des étalons intermédiaires entre eux** (p. 223 à 227).

III. **Mesure des excédents fractionnaires** (p. 228 à 234). — On a d'abord le relevé général de toutes les observations (p. 228 à 230).

Les explications et remarques qui ont été faites pour les observations de M. Michelson s'appliquent également à celles-ci, faites pendant la même période.

Les mesures faites sur l'étalon IX, du 19 novembre au 5 décembre, ont été réunies, après réduction à la pression de 760^{mm}, pour en déduire le coefficient de variation avec la température; elles ont donné en moyenne 5,171; cette valeur, un peu plus élevée que celles de toutes les autres déterminations, paraît due à une petite erreur systématique, qui aurait affecté toutes les observations

faites le 4 décembre, vers 12°,9. La série du 10 au 17 janvier a fourni la valeur 5,081.

Ce sont les observations de cette dernière période qui ont été conservées, sous le titre de Série I, pour l'établissement de la longueur définitive de l'étalon IX en longueurs d'ondes. Elles sont reproduites avec plus de détails pages 231 à 233; et leurs résultats, réduits à 15° et à 760^{mm}, sont donnés page 234.

IV. **Comparaisons de l'étalon IX avec le mètre auxiliaire X** (p. 235 à 237).

JOURNAL DES OBSERVATIONS.

COMPTE DU NOMBRE DES FRANGES DANS L'ÉTALON I.

SÉRIE I.

$\tau_r = 146$.
$\tau_b = 134$.

Lumière rouge du cadmium.

Obs. M. Michelson. M. Benoît

20 Octobre 1892.

N = 1212.

$b = 203$	$a = 189$
$b_1 = 172$	$a_1 = 242$
$+ 31$	$- 53$
$- 21$	$- 40$
$- 61$	

$I = 1212,61 \frac{\lambda}{2}$.

21 Octobre 1892.

N = 1212.

$b = 137$	$a = 137$
$b_1 = 195$	$a_1 = 168$
$- 58$	$- 31$
$- 40$	$- 23$
$- 17$	

$I = 1211,83 \frac{\lambda}{2}$.

Moy. : $I = 1212,22 \frac{\lambda}{2}$.

SÉRIE II

$\tau_r = 133$.
$\tau_b = 122$.

Lumière rouge du cadmium.

Obs. M. Michelson.

10 Février 1893.

N = 1212.

$b = 87$	$a = 125$
$b_1 = 10$	$a_1 = 100$
77	$+ 25$
$- 58$	$- 20$
$- 38$	

$I = 1212,38 \frac{\lambda}{2}$.

10 Février 1893.

N = 1212.

$b = 72$	$a = 72$
$b_1 = 53$	$a_1 = 123$
19	$- 51$
$- 75$	$- 50$
$- 56$	

$I = 1212,56 \frac{\lambda}{2}$.

Moy. : $I = 1212,47 \frac{\lambda}{2}$.

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I. Observateur : M. Michelson.

22 Octobre 1892. $\tau = 134$

Étalon I		Étalon II	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
369	242	151	
242	275		231
Rapprochant.			
215	220		240
429	252	227	

+ 1,34

25 Octobre 1892. $\tau = 134$

Étalon I		Étalon II	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
270	279	260	
296	237		335
Rapprochant.			
153	153		360
190	153	197	

+ 1.21

25 Octobre 1892. $\tau = 134$

Étalon I		Étalon II	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
238	146	181	
129	143		262
Rapprochant.			
245	207		260
327	242	196	

+ 1,29

25 Octobre 1892. $\tau = 134$

Étalon I		Étalon II	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
392	223	186	
223	233		205
Rapprochant.			
166	125		210
231	166	123	

— 1,38

25 Octobre 1892. $\tau = 134$

Étalon I		Étalon II	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
310	239	102	
239	262		221
Rapprochant.			
165	198		214
277	171	110	

— 1,28

26 Octobre 1892. $\tau = 135$

Étalon II		Étalon III	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
435	251	281	
228	323		175
Rapprochant.			
299	376		157
408	358	179	

— 0,13

26 Octobre 1892. $\tau = 135$

Étalon II		Étalon III	
Bas	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
253	149	257	
119	158		140
Rapprochant.			
161	161		137
274	192	228	

— 0,23

26 Octobre 1892. $\tau = 135$

Étalon II		Étalon III	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
270	221	221	
197	230		168
Rapprochant.			
221	226		159
257	267	141	

— 0,13

26 Octobre 1892. $\tau = 135$

Étalon II		Étalon III	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
246	246	144	
242	273		152
Rapprochant.			
272	272		142
262	301	103	

— 0,10

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Michelson.

26 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon II		**Étalon III**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
217	195	87	
182	252		125
Rapprochant.			
194	277		118
403	270	195	
— 0,14			

29 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
187	+345	293	
333	—358		200
Rapprochant.			
260	308		203
340	171	—370	
+ 4,44			

29 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
35	+110	2	
110	—134		205
Rapprochant.			
187	169		254
286	213	—327	
— 4,98			

29 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
261	120	—171	
129	304		113
Rapprochant.			
170	270		200
518	198	—207	
+ 4,36			

31 Octobre 1892. $\tau = 138$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
377	112	—322	
112	94		70
Rapprochant.			
169	148		109
487	108	—150	
— 4,84			

31 Octobre 1892. $\tau = 138$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
473	149	—151	
149	— 8		8
Rapprochant.			
192	— 17		9
507	+150	— 92	
+ 4,74			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
99	+ 93	142	
83	— 22		171
Rapprochant.			
95	25		219
97	105	139	
+ 1,19			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
80	68	160	
128	52		204
Rapprochant.			
53	35		164
137	94	94	
+ 1,11			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
135	139	135	
113	22		189
Rapprochant.			
129	48		189
108	119	131	
+ 1,13			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Michelson.

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon IV		Étalon V	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
111	125	130	
92	53		226
Rapprochant.			
230	30		227
51	94	255	

— 1,06

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon IV		Étalon V	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
53	170	253	
144	5		377
Rapprochant.			
153	153		118
289	153	107	

+ 1,24

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon V		Étalon VI	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
201	60	— 75	
88	100		106
Rapprochant.			
129	111		103
278	129	— 18	

+ 2,57

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon V		Étalon VI	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
243	139	— 36	
177	237		224
Rapprochant.			
160	283		221
398	167	18	

— 2,61

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon V		Étalon VI	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
342	102	1	
117	125		75
Rapprochant.			
170	118		103
265	161	— 6	

+ 2,42

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon V		Étalon VI	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
256	164	17	
194	109		144
Rapprochant.			
140	137		140
323	145	31	

— 2,52

3 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon V		Étalon VI	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
264	142	28	
164	90		144
Rapprochant.			
148	164		103
324	159	— 32	

+ 2,52

7 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon VI		Étalon VII	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
285	218	289	
130	130		1382
Rapprochant.			
70	35		1370
56	62	197	

+ 10,01

7 Novembre 1892. $\tau = 118$

Étalon VI		Étalon VII	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
119	192	183	
167	167		1435
Rapprochant.			
134	95		1422
120	229	153	

+ 10,08

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Michelson.

7 Novembre 1892. $\tau = 118$				7 Novembre 1892. $\tau = 118$				7 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon VI		**Étalon VII**		**Étalon VI**		**Étalon VII**		**Étalon VI**		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
200	163	157		194	124	58		337	347	141	
145	165		1295	124	133		1159	223	182		1260
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
143	123		1322	142	30		1149	174	150		1255
124	225	58		240	233	81		290	227	153	
+ 9,91				+ 9,96				+ 9,91			

10 Novembre 1892. $\tau = 122$				10 Novembre 1892. $\tau = 122$				10 Novembre 1892. $\tau = 122$			
Étalon VII		**Étalon VIII**		**Étalon VII**		**Étalon VIII**		**Étalon VII**		**Étalon VIII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
163	163	141		217	231	157		335	151	227	
140	127		262	116	36		226	151	134		171
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
145	129		256	46	26		218	139	131		167
222	186	154		269	161	179		268	172	112	
+ 1,18				+ 1,24				+ 1,24			

10 Novembre 1892. $\tau = 122$				10 Novembre 1892. $\tau = 122$				9 Décembre 1892. $\tau = 120$			
Étalon VII		**Étalon VIII**		**Étalon VII**		**Étalon VIII**		**Étalon VIII**		**Étalon IX**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
291	192	116		147	147	— 74		78	+157	104	
186	213		189	154	224		150	146	—267		160
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
0	0		0	174	191		179	217	—181		226
100	10	— 82		278	181	66		76	+149	190	
+ 1,30				+ 1,42				+ 3,13			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Michelson.

9 Décembre 1892. $\tau = 120$				9 Décembre 1892. $\tau = 120$			
Étalon VIII		**Étalon IX**		**Étalon VIII**		**Étalon IX**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*			
83	+104	190		118	+108	140	
57	—414		96	107	—227		139
Rapprochant.				*Rapprochant.*			
137	—405		87	165	—301		145
67	+112	249		43	+146	186	
+ 2,88				+ 2,77			

9 Décembre 1892. $\tau = 120$				9 Décembre 1892. $\tau = 120$			
Étalon VIII		**Étalon IX**		**Étalon VIII**		**Étalon IX**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*			
182	+206	188		77	+ 80	60	
197	—136		224	93	—263		54
Rapprochant.				*Rapprochant.*			
126	—182		216	149	—203		149
113	+126	152		131	+123	131	
+ 2,93				+ 2,93			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE II. Observateur : M. Michelson.

3 Février 1893. τ = 121			
Étalon VIII		Étalon IX	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
120	— 72	110	
26	—335		31
Rapprochant.			
3	—246		173
65	+102	131	
+ 2,41			

3 Février 1893. τ = 121			
Étalon VIII		Étalon IX	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
100	+150	129	
198	— 99		215
Rapprochant.			
145	—104		212
140	+263	67	
+ 2,49			

3 Février 1893. τ = 121			
Étalon VIII		Étalon IX	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
300	+140	65	
127	— 26		95
Rapprochant.			
91	— 56		83
142	— 70	0	
+ 2,66			

3 Février 1893. τ = 121			
Étalon VIII		Étalon IX	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
264	196	111	
226	182		361
Rapprochant.			
228	226		349
163	6	273	
+ 2,46			

3 Février 1893. τ = 121			
Étalon VIII		Étalon IX	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
208	+ 40	270	
40	—196		212
Rapprochant.			
79	55		258
167	27	90	
— 2,80			

4 Février 1893. τ = 121			
Étalon VII		Étalon VIII	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
63	51	111	
46	0		223
Rapprochant.			
110	— 56		198
85	+111	223	
+ 1,17			

4 Février 1893. τ = 121			
Étalon VII		Étalon VIII	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
96	224	226	
295	20		216
Rapprochant.			
204	0		211
228	224	296	
+ 1,07			

4 Février 1893. τ = 121			
Étalon VII		Étalon VIII	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
255	105	300	
33	56		369
Rapprochant.			
34	70		68
120	49	0	
+ 1,24			

4 Février 1893. τ = 121			
Étalon VII		Étalon VIII	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
175	138	0	
166	205		166
Rapprochant.			
155	160		160
240	200	86	
+ 1,13			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. Michelson.

4 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon VII		**Étalon VIII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
269	173	90	
165	46		40
Rapprochant.			
94	28		63
140	80	91	
+ 1,08			

6 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
— 41	+ 72	150	
+ 20	—1326		131
Rapprochant.			
124	— 965		144
406	+ 352	50	
+ 10,12			

6 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
306	+ 44	37	
108	—844		67
Rapprochant.			
58	—845		58
416	+123	58	
+ 10,08			

6 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
368	+ 60	53	
192	—739		42
Rapprochant.			
180	—732		+ 30
563	+371	—114	
+ 10,23			

6 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
540	+112	— 93	
50	—584		+105
Rapprochant.			
80	—540		+ 65
438	+138	—225	
— 10,20			

6 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
400	—174	—247	
152	—463		173
Rapprochant.			
187	—400		187
439	+187	—176	
+ 10,17			

7 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
230	185	230	
180	217		421
Rapprochant.			
70	83		294
91	113	73	
+ 1,59			

7 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
84	25	58	
25	0		170
Rapprochant.			
126	— 84		128
109	+118	174	
+ 1,45			

7 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
145	201	173	
232	157		325
Rapprochant.			
117	111		325
132	165	132	
+ 1,39			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. MICHELSON.

Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
130	112	126	
140	80		222
Rapprochant.			
63	+ 81		220
155	— 9	206	
+ 1,38			

7 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
157	182	205	
193	19		217
Rapprochant.			
— 28	0		213
+109	86	52	
+ 1,31			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
— 73	+171	207	
+127	—184		0
Rapprochant.			
107	85		— 51
375	338	—141	
+ 1,28			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas	Haut.
Écartant.			
260	—286	240	
186	— 49		203
Rapprochant.			
156	— 1		106
150	+142	143	
+ 1,24			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
199	—244	199	
187	— 55		160
Rapprochant.			
170	— 79		155
260	—415	89	
— 1,32			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
263	294	97	
298	71		63
Rapprochant.			
— 12	68		65
+ 95	0	— 73	
— 1,30			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
90	+142	— 77	
35	— 63		33
Rapprochant.			
187	— 49		30
73	+ 30	156	
— 1,28			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
32	+ 56	158	
97	—503		133
Rapprochant.			
45	—551		133
173	—169	183	
+ 4,58			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
230	+245	240	
162	—474		197
Rapprochant.			
207	—488		182
166	—937	253	
+ 4,68			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. Michelson.

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
153	+183	243	
142	−448		227
Rapprochant.			
209	−458		220
267	+275	335	
+ 4,50			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
279	+210	335	
196	−409		208
Rapprochant.			
192	−422		208
198	+218	262	
+ 4,49			

8 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon III		**Étalon IV**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
192	+236	263	
157	−439		260
Rapprochant.			
197	−448		260
62	+153	270	
+ 4,52			

9 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon II		**Étalon III**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
128	94	93	
116	112		− 8
Rapprochant.			
175	142		− 13
226	212	108	
− 0,56			

9 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon II		**Étalon III**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
184	187	104	
161	215		114
Rapprochant.			
258	258		106
223	198	203	
− 0,49			

9 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon II		**Étalon III**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
194	194	223	
197	264		250
Rapprochant.			
205	310		237
163	230	122	
− 0,40			

9 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon II		**Étalon III**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
121	104	121	
70	75		66
Rapprochant.			
63	72		58
0	48	68	
− 0,45			

9 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon II		**Étalon III**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
0	73	70	
172	254		172
Rapprochant.			
218	252		170
356	298	254	
− 0,47			

9 Février 1893. $\tau = 121$			
Étalon I		**Étalon II**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
75	68	20	
117	0		53
Rapprochant.			
68	+ 33		42
111	− 35	71	
+ 1,28			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. MICHELSON.

9 FÉVRIER 1893.		$\tau = 121$	
Étalon I		**Étalon II**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
89	114	30	
162	151		188
Rapprochant.			
130	126		181
231	161	104	
+ 1,22			

9 FÉVRIER 1893.		$\tau = 121$	
Étalon I		**Étalon II**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
223	293	104	
220	203		243
Rapprochant.			
184	184		285
263	230	158	
+ 1,30			

9 FÉVRIER 1893.		$\tau = 121$	
Étalon I		**Étalon II**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
267	105	112	
125	135		135
Rapprochant.			
199	155		113
268	148	113	
+ 1,40			

9 FÉVRIER 1893.		$\tau = 121$	
Étalon I		**Étalon II**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
277	249	87	
120	75		167
Rapprochant.			
98	62		203
158	135	110	
+ 1,26			

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES

RELEVÉ GÉNÉRAL DE TOUTES LES OBSERVATIONS.

Observateur : M. Michelson.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon I.					Étalon II.				
	°	mm				°	mm			
22 Octobre...	17,30	747	36	77	17	17,30	747	04	30	19
24 » ...	15,82	752	38	81	20	15,95	752	87	09	00
	Étalon II.					Étalon III.				
26 » ...	16,80	758	85	03	99	16,80	758	63	01	83
	Étalon III.					Étalon IV.				
29 » ..	16,90	746	59	96	84	17,00	746	10	86	85
	Étalon IV.					Étalon V.				
31 » ...	17,20	746	95	66	64	17,20	746	81	45	45
2 Novembre.	15,75	752	82	50	47	15,75	752	53	08	04
	Étalon V.					Étalon VI.				
4 »	17,40	756	57	25	27	17,40	756	49	36	58
	Étalon VI.					Étalon VII.				
5 »	16,90	754	85	59	73	17,00	754	08	91	86
7 »	15,10	760	91	33	44	15,10	760	88	11	95
7 »	15,30	760	91	33	44	15,30	760	11	42	31
8 »	14,90	762	71	10	18	14,90	762	50	66	43
	Étalon VII.					Étalon VIII.				
9 »	15,95	758	26	81	72	15,95	758	44	70	59*
11 »	14,82	757	51	63	42	14,82	757	89	29	95*
	Étalon VIII.					Étalon IX.				
12 »	15,30	754	46	26	01*	15,30	754	41	11	39
14 »	14,096	754	82	65	01*	14,071	754	14	96	85
14 »	14,462	754	01	14	71*	14,452	754	47	89	77
15 »	15,619	754	89	78	42*	15,605	754	09	98	56
15 »						15,757	754	00	18	73
15 »						15,757	754	02	19	74

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES (suite).

Observateur : M. Michelson.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon VIII.					Étalon IX.				
	°	mm				°	mm			
18 Novembre.	17,507	753	50	64	73*	17,505	753	45	81	92
18 »	17,558	753	58 / 62	55 / 75	66* / 09	17,558	753	54	97	00
19 »	17,147	748	43 / 27	22 / 03	17* / 98	17,160	748	95	65	54
22 »	16,578	763	54 / 58	13 / 20	11* / 37	16,578	763	61	99	72
29 »						14,951	764,90	77	04	37
29 »						14,953	764,53	68	93	25
29 »	14,953	764,17	69	30	25	14,962	763,45	39	60	91
29 »						14,985	763,45	55	76	14
29 »						15,003	763,45	59	85	23
30 »						15,934	762,17	87	19	84
30 »						15,923	762,50	86	18	86
30 »						15,917	762,83	77	12	77
30 »						15,919	763,00	05	52	03
1 Décembre.						16,299	759,33	33	10	77
1 »						16,292	758,96	27	00	66
1 »						16,332	758,60	49	33	07
1 »						16,346	758,42	64	50	20
2 »						17,501	759,99	98	50	60
» »						17,508	759,94	93	44	52
» »						17,503	759,90	83	27	37
» »						17,503	760,07	78	24	30
» »						17,498	760,24	74	21	30
» »						17,495	760,21	74	24	30
3 »						18,091	753,03	94	00	20
3 »						18,081	753,03	85	85	14
3 »						18,079	752,54	82	82	08
3 »						18,106	751,14	93	96	27
3 »						18,109	750,96	90	97	26
3 »						18,109	750,78	85	90	13
6 »	12,552	755,16	78	53	90	12,545	754,54	95	56	69
6 »						12,560	755,79	99	63	80
7 »	15,233	755,12	60	12	06	15,246	755,12	61	11	36
8 »	15,659	762,01	98	90	92	15,671	762,01	39	69	20
28 »	14,664	762,02	97	46	98	14,654	762,02	96	97	87
28 »						14,828	761,55	83	05	00
29 »						14,763	755,69	97	98	86
29 »						14,823	755,03	14	19	20
30 »						14,703	750,90	79	49	20
30 »						14,803	750,47	30	21	96
6 Janvier....						13,988	760,45	17	23	68
7 » ...						13,925	751,07	93	64	24

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES (suite).

Observateur : M. Michelson.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon VIII.					Étalon IX.				
	°	mm				°	mm			
7 Janvier ...	13,972	750,76	88	47	15	13,932	750,90	02	75	32
9 » ...						14,909	747,59	48	40	18
9 » ...						14,951	747,74	75	71	47
10 » ...						15,367	753,41	72	42	44
10 » ...	15,460	753,87	07	72	74	15,428	753,59	93	72	74
11 » ...						15,299	760,04	05	98	07
11 » ...						15,307	760,08	13	99	16
11 » ...	15,332	760,01	10	75	72	15,347	760,01	35	32	41
13 » ...						14,803	757,74	21	27	09
13 » ...						14,793	757,52	16	25	07
14 » ...						14,353	747,69	97	14	72
14 » ...						14,355	747,59	93	11	72
14 » ...						14,378	746,96	99	22	84
14 » ...						14,386	746,82	99	23	84
17 » ...						13,478	755,45	25	50	84
17 » ...	13,498	755,76	04	39	92	13,493	755,25	35	65	96
18 » ...						13,703	762,49	25	06	54
18 » ...						13,705	762,59	20	01	44
18 » ...						13,715	762,69	22	05	56
18 » ...						13,723	762,79	33	17	64
31 » ...	13,922	761,09	37	05	65	13,932	761,09	07	03	54
31 » ...	13,975	760,35	45	14	76	13,975	760,45	13	15	65
1 Février....	14,417	756,33	31	23	96	14,394	756,13	93	39	06
1 » ...	14,522	757,57	72	74	49	14,504	757,27	57	26	99
2 » ...	15,008	760,62	07	46	30	15,026	760,37	70	17	10
2 » ...	15,157	759,95	39	87	81	15,167	759,75	16	82	89
3 » ...	15,323	763,33	93	62	58	15,343	763,38	59	60	72
3 » ...	15,360	763,38	96	63	62	15,368	763,38	72	79	88
	Étalon VII.					Étalon VIII.				
4 ...	15,523	764,76	45	75	62	15,523	764,76	73	62	43*
4 » ...	15,535	764,76	48	87	70	15,540	764,71	81	71	49*
	Étalon VI.					Étalon VII.				
6 » ...	15,643	767,55	36	87	96	15,643	767,55	83	33	22
6 » ...	15,643	767,55	35	87	96	15,635	767,55	95	45	35
	Étalon V.					Étalon VI.				
7 » ...	15,698	765,32	70	33	34	15,703	765,32	51	03	18
7 » ...	15,713	765,32	77	42	46	15,724	765,32	55	13	27

MESURE DES EXCEDENTS FRACTIONNAIRES (suite).

Observateur : M. Michelson.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon IV.					Étalon V.				
	°	mm				°	mm			
8 Février ...	15,759	756,79	84	53	50	15,759	756,79	73	38	39
8 » ...	15,764	756,79	92	60	55	15,764	756,79	71	32	34
	Étalon III.					Étalon IV.				
8 » ...	15,920	756,55	48	82	65	15,914	756,55	93	62	60
8 » ...	15,914	756,55	51	83	67	15,914	756,55	98	66	65
	Étalon II.					Étalon III.				
9 » ...	15,874	758,62	89	12	06	15,884	758,62	50	79	62
9 » ...	15,891	758,62	92	12	02	15,904	758,62	55	86	70
	Étalon I.					Étalon II.				
9 » ...	15,957	757,71	37	81	22	15,955	757,71	91	11	05
9 » ...	15,955	757,71	38	82	21	15,957	757,71	86	07	01
10 » ...	15,643	745,30	36	79	17					
10 » ...	15,633	745,30	33	75	18					
	Étalon VIII.					Étalon IX.				
27 » ...						15,529	744,38	58	26	41
27 » ...						15,546	743,91	55	28	35
27 » ...						15,559	743,71	65	37	38
27 » ...						15,571	743,56	68	44	46
27 » ...						15,586	743,39	75	48	52
1 Mars.....						16,173	755,84	04	94	34
1 » ...						16,173	755,41	04	91	33
1 » ...						16,178	754,95	09	98	36
1 » ...						16,197	753,99	19	08	45
1 » ...						16,199	753,80	12	02	38
1 » ...						16,204	753,86	08	99	37
2 » ...						14,793	760,61	79	97	95
2 » ...						14,778	760,57	71	89	84
2 » ...						14,770	760,61	65	81	75
2 » ...						14,793	760,27	65	81	74
2 » ...						14,803	760,17	66	89	78
2 » ...						14,830	760,22	79	02	91
2 » ...						14,848	760,35	95	21	09
2 » ...						14,865	760,35	05	32	21
2 » ...						14,875	760,35	04	32	22
3 » ...						14,213	764,52	14	66	28
3 » ...						14,208	764,52	10	66	30
3 » ...						14,208	764,53	09	67	31

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES (suite).

Observateur : M. Michelson.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon VIII.					Étalon IX.				
						°	mm			
3 Mars	...					14,253	764,50	35	99	66
3 »	...					14,270	764,50	44	13	85
3 »	...					14,288	764,50	49	18	89
3 »	...					14,310	764,55	65	37	11
3 »	...					14,313	764,55	61	31	07
3 »	...					14,313	764,55	59	22	98
7 »	...					12,765	765,33	92	49	65
7 »	...					12,776	765,31	91	52	70
7 »	...					12,781	765,24	91	48	62

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE I. *a*. Observateur : M. Michelson.

10 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,330	755mm,25(17°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
78	27	36
117	57	57
71	26	32
122	66	60
90	46	36
—	—	—
96	44	44
0,72	0,42	0,44

10 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,390	755mm,45(17°,1)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
120	75	70
121	75	72
125	71	71
127	78	73
128	82	84
—	—	—
124	76	74
0,93	0,72	0,74

11 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,262	761mm,80(16°,2)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
7	101	3
15	111	11
0	102	3
6	106	5
9	98	11
—	—	—
7	104	7
0,05	0,98	0,07

11 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,270	761mm,85(16°,3)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
28	106	14
15	102	16
21	117	26
16	101	13
10	101	9
—	—	—
18	105	16
0,13	0,99	0,16

11 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,310	761mm,80(16°,4)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
60	44	44
49	38	44
42	29	41
46	29	43
36	28	33
—	—	—
47	34	41
0,35	0,32	0,41

13 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,770	759mm,35(15°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
26	32	7
26	30	6
30	26	14
30	26	10
27	29	10
—	—	—
28	29	9
0,21	0,27	0,09

13 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,760	759mm,10(14°,8)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
32	41	+17
22	29	+ 7
24	30	+14
15	17	− 4
16	16	+ 3
—	—	—
22	27	+ 7
0,16	0,25	0,07

14 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,325	749mm,40(16°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
132	14	66
127	11	73
120	9	70
129	14	67
143	28	84
—	—	—
130	15	72
0,97	0,14	0,72

14 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,327	749mm,30(16°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
126	19	80
124	14	72
125	8	70
125	8	68
123	11	70
—	—	—
125	12	72
0,93	0,11	0,72

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE I. *a* (suite). Observateur : M. Michelson.

14 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,350	748mm,55(15°,1)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
139	25	79
127	23	81
128	18	95
133	20	79
136	27	86
133	23	84
0,99	0,22	0,84

14 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,357	748mm,40(15°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
138	24	85
135	27	88
129	22	82
134	27	84
127	22	79
133	24	84
0,99	0,23	0,84

17 Janvier 1893.		$\tau = 138$
13°,457	757mm,00(14°,6)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
37	49	81
34	54	84
34	54	88
31	54	88
41	59	88
35	54	86
0,25	0,50	0,84

17 Janvier 1893.		$\tau = 138$
13°,472	756mm,80(14°,6)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
45	73	91
42	65	90
41	65	96
62	75	106
51	77	107
48	71	98
0,35	0,65	0,96

18 Janvier 1893.		$\tau = 138$
13°,680	764mm,10(14°,9)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
24	— 7	73
31	+ 9	52
45	+16	54
34	+ 9	45
42	+ 4	53
35	+ 6	55
0,25	0,06	0,54

18 Janvier 1893.		$\tau = 138$
13°,682	764mm,20(14°,9)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
23	— 4	38
23	0	42
31	— 4	41
35	+ 9	54
30	+ 3	52
28	+ 1	45
0,20	0,01	0,44

18 Janvier 1893.		$\tau = 138$
13°,692	764mm,30(14°,9)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
35	7	51
25	2	48
29	0	52
32	5	50
34	10	55
31	5	51
0,22	0,05	0,50

18 Janvier 1893.		$\tau = 138$
13°,700	764mm,40(14°,9)	
Rouge.	Vert.	Bleu.
38	11	55
50	18	67
43	18	61
46	19	66
51	26	74
46	18	65
0,33	0,17	0,64

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE I. *b*. Observateur : M. Michelson.

31 Janvier 1893. $\tau = 134$			31 Janvier 1893. $\tau = 134$			1er Février 1893. $\tau = 134$		
13°,867	762mm,70(15°,0)		13°,920	762mm,10(15°,3)		14°,337	757mm,85(16°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
— 14	+ 5	60	17	15	60	110	25	— 7
— 15	— 6	56	19	14	69	124	39	— 7
+ 6	+ 4	58	20	22	66	126	40	— 3
+ 14	+ 5	54	12	10	65	134	39	—16
— 5	— 6	43	16	19	64	125	45	—13
—	—	—	—	—	—	—	—	—
— 9	+ 3	54	17	16	65	124	42	— 6
0,07	0,03	0,54	0,13	0,15	0,65	0,93	0,39	0,06

1er Février 1893. $\tau = 134$			2 Février 1893. $\tau = 132$			2 Février 1893. $\tau = 132$		
14°,447	759mm,00(16°,0)		14°,965	762mm,20(16°,7)		15°,105	761mm,50(16°,1)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
74	22	90	89	21	13	12	82	83
85	31	106	93	18	13	20	84	81
74	22	98	89	15	6	22	79	76
67	20	91	91	21	9	28	93	98
86	43	112	97	17	11	23	87	96
—	—	—	—	—	—	—	—	—
77	28	99	92	18	10	21	85	87
0,57	0,26	0,99	0,70	0,17	0,10	0,16	0,82	0,89

3 Février 1893. $\tau = 132$			3 Février 1893. $\tau = 132$		
15°,280	765mm,25(17°,0)		15°,305	765mm,25(17°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
65	53	52	88	74	85
66	54	60	88	74	87
77	63	76	95	83	85
107	79	90	102	88	91
74	61	76	104	92	84
—	—	—	—	—	—
78	62	71	95	82	86
0,59	0,60	0,72	0,72	0,79	0,88

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE II. Observateur : M. Michelson.

27 Février 1893.		$\tau = 130$	27 Février 1893.		$\tau = 130$	27 Février 1893.		$\tau = 130$
15°,490	$746^{mm},20(17°,0)$		15°,507	$745^{mm},70(16°,8)$		15°,520	$745^{mm},50(16°,8)$	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
84	25	46	80	30	38	91	44	35
78	36	44	70	36	41	75	34	30
68	23	26	69	28	36	86	51	56
72	24	42	70	26	27	84	35	31
72	25	42	72	25	29	83	28	33
—	—	—	—	—	—	—	—	—
75	27	40	72	29	34	84	38	37
0,58	0,26	0,41	0,55	0,28	0,35	0,65	0,37	0,38

27 Février 1893.		$\tau = 130$	27 Février 1893.		$\tau = 130$	1er Mars 1893		$\tau = 131$
15°,532	$745^{mm},30(16°,4)$		15°,547	$745^{mm},20(17°,0)$		16°,130	$757^{mm},70(17°,1)$	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
100	55	65	101	50	49	1	102	39
90	46	36	88	45	45	11	93	36
78	42	41	96	49	46	9	94	31
84	42	44	91	43	47	7	99	30
89	42	41	111	60	63	6	97	30
—	—	—	—	—	—	—	—	—
88	45	45	97	49	50	5	97	33
0,68	0,44	0,46	0,75	0,48	0,52	0,04	0,94	0,34

1er Mars 1893.		$\tau = 131$	1er Mars 1893		$\tau = 131$	1er Mars 1893.		$\tau = 131$
16°,130	$757^{mm},25(16°,9)$		16°,135	$756^{mm},80(17°,0)$		16°,155	$755^{mm},80(16°,7)$	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
0	91	21	12	101	30	24	9	43
5	91	28	13	94	38	31	9	43
3	94	27	12	103	36	26	7	46
11	96	42	14	104	37	27	11	49
5	98	44	10	101	36	17	2	38
—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	94	32	12	101	35	25	8	44
0,04	0,91	0,33	0,09	0,98	0,36	0,19	0,08	0,45

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. MICHELSON.

1er MARS 1893.		$\tau = 131$	1er MARS 1893.		$\tau = 131$	2 MARS 1893.		$\tau = 133$
16°,157	755mm,60(16°,7)		16°,162	755mm,65(16°,6)		14°,760	762mm,10(14°,0)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
17	+ 3	38	5	100	32	113	102	99
19	+10	40	17	108	41	115	105	97
19	+ 4	41	15	105	40	108	102	94
17	+ 2	39	12	98	36	97	104	94
6	— 9	29	7	98	30	94	95	88
—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	— 2	37	11	102	36	105	102	94
0,12	0,02	0,38	0,08	0,99	0,37	0,79	0,97	0,95

2 MARS 1893.		$\tau = 133$	2 MARS 1893.		$\tau = 133$	2 MARS 1893.		$\tau = 133$
14°,745	762mm,10(14°,3)		14°,737	762mm,20(14°,8)		14°,760	761mm,90(15°,2)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
96	96	82	89	88	75	84	84	66
92	86	74	87	87	74	76	79	66
98	98	93	84	89	72	93	93	82
94	92	77	82	82	73	92	91	79
89	91	90	90	79	76	84	79	71
—	—	—	—	—	—	—	—	—
94	93	83	86	85	74	86	85	73
0,71	0,89	0,84	0,65	0,81	0,75	0,65	0,81	0,74

2 MARS 1893.		$\tau = 133$	2 MARS 1893.		$\tau = 133$	2 MARS 1893.		$\tau = 133$
14°,770	761mm,80(15°,2)		14°,797	761mm,85(15°,2)		14°,815	762mm,00(15°,3)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
85	91	69	109	+ 3	90	132	22	11
87	96	69	110	+ 6	95	127	25	8
85	95	86	108	+ 7	105	122	21	5
86	87	78	96	— 3	81	124	22	8
98	94	82	103	— 5	80	125	19	11
—	—	—	—	—	—	—	—	—
88	93	77	105	+ 2	90	126	22	9
0,66	0,89	0,78	0,79	0,02	0,91	0,95	0,21	0,09

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. Michelson.

2 Mars 1893.		$\tau = 133$	2 Mars 1893.		$\tau = 133$	3 Mars 1893.		$\tau = 136$
14°,832		762mm,00(15°,3)	14°,842		762mm,00(15°,3)	14°,185		766mm,00(13°,9)
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
— 4	38	19	5	37	17	19	72	28
+10	31	19	7	38	28	20	72	28
— 9	34	26	4	32	25	26	70	33
+12	32	21	0	34	21	14	63	27
+ 9	35	20	7	30	18	18	78	29
—	—	—	—	—	—	—	—	—
+ 7	34	21	5	34	22	19	71	29
0,05	0,32	0,21	0,04	0,32	0,22	0,14	0,66	0,28

3 Mars 1893.		$\tau = 136$	3 Mars 1893.		$\tau = 136$	3 Mars 1893.		$\tau = 136$
14°,180		766mm,00(13°,9)	14°,180		766mm,00(13°,8)	14°,225		766mm,00(14°,0)
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
12	65	19	19	76	34	54	118	66
19	81	42	7	63	28	50	111	75
6	65	22	17	77	33	57	108	76
24	86	46	7	71	34	50	98	72
6	58	26	9	72	31	27	100	47
—	—	—	—	—	—	—	—	—
13	71	31	12	72	32	48	107	67
0,10	0,66	0,30	0,09	0,67	0,31	0,35	0,99	0,66

3 Mars 1893.		$\tau = 136$	3 Mars 1893.		$\tau = 136$	3 Mars 1893.		$\tau = 136$
14°,242		766mm,00(14°,0)	14°,260		766mm,00(14°,0)	14°,282		766mm,05(14°,0)
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
52	15	93	67	8	86	81	33	9
64	17	90	67	20	91	85	42	9
68	21	90	64	35	91	92	42	3
56	5	78	67	18	93	92	41	18
60	11	82	68	16	93	96	43	18
—	—	—	—	—	—	—	—	—
60	14	87	67	19	91	89	40	11
0,44	0,13	0,85	0,49	0,18	0,89	0,65	0,37	0,11

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE II (suite). Observateur : M. MICHELSON.

3 MARS 1893. $\tau = 136$

14°,285 $766^{mm},05$ (14°,0)

Rouge.	Vert	Bleu.
88	41	17
85	33	8
79	33	6
78	29	3
87	30	3
—	—	—
83	33	7
0,61	0,31	0,07

3 MARS 1893. $\tau = 136$

14°,285 $766^{mm},05$ (14°,0)

Rouge.	Vert.	Bleu.
78	30	104
80	25	105
85	24	98
77	18	98
79	21	97
—	—	—
80	24	100
0,59	0,22	0,98

7 MARS 1893. $\tau = 135$

12°,750 $766^{mm},70$ (13°,0)

Rouge.	Vert.	Bleu.
128	61	73
135	62	75
123	50	65
120	46	59
115	43	59
—	—	—
124	52	66
0,92	0,49	0,65

7 MARS 1893. $\tau = 135$

12°,760 $766^{mm},70$ (13°,2)

Rouge.	Vert.	Bleu.
121	54	71
119	57	66
125	56	70
129	54	71
122	58	77
—	—	—
123	56	71
0,91	0,52	0,70

7 MARS 1893. $\tau = 135$

12°,765 $766^{mm},70$ (13°,7)

Rouge.	Vert.	Bleu.
122	52	59
124	51	65
125	47	61
125	52	63
121	52	67
—	—	—
123	51	63
0,91	0,48	0,62

VALEURS DE L'ÉTALON IX, RÉDUITES A LA TEMPÉRATURE DE 15°,00 ET A LA PRESSION DE 760mm,00.

SÉRIE I. *a*. Observateur : M. Michelson.

Date.	Rouge.	Vert.	Bleu.
1893. 10 janv.	310 678,60	393 308,00	416 735,94
	8,47	7,88	5,79
Moy.	310 678,53	393 307,94	416 735,86
11 janv.	310 678,53	393 308,04	416 736,02
	8,56	8,00	6,05
	8,58	8,08	6,04
Moy.	310 678,56	393 308,04	416 736,04
13 janv.	310 678,46	393 307,86	416 735,78
	8,49	7,93	5,86
Moy.	310 678,47	393 307,89	416 735,82
14 janv.	310 678,66	393 308,09	416 736,02
	8,63	8,06	6,02
	8,65	8,11	6,08
	8,62	8,09	6,05
Moy.	310 678,64	393 308,09	416 736,04
17 janv.	310 678,52	393 307,97	416 735,93
	8,56	8,04	5,98
Moy.	310 678,54	393 308,01	416 735,96
18 janv.	310 678,57	393 308,06	416 736,01
	8,50	7,99	5,88
	8,45	7,94	5,86
	8,51	8,00	5,93
Moy.	310 678,51	393 308,00	416 735,92

Les résultats de cette série sont donc, en faisant les moyennes des valeurs réunies par journées [1] :

(*a*)	310 678,54	393 307,99	416 735,94

[1] Si l'on fait les moyennes de toutes les valeurs prises individuellement, les résultats obtenus présentent, par rapport à ceux-ci, des différences de 0,01, 0,02 et 0,02.

VALEURS DE L'ÉTALON IX, RÉDUITES A LA TEMPÉRATURE DE 15°,00 ET A LA PRESSION DE 760^{mm},00.

SÉRIE I. *b*. Observateur : M. Michelson.

Date.		Rouge.	Vert.	Bleu.
1893. 31 janv.		310 678,44	393 307,82	416 735,73
		8,30	7,69	5,58
	Moy.	310 678,37	393 307,75	416 735,65
1er févr.		310 678,45	393 307,86	416 735,79
		8,40	7,87	5,79
	Moy.	310 678,42	393 307,86	416 735,79
2 févr.		310 678,53	393 307,95	416 735,86
		8,34	7,78	5,79
	Moy.	310 678,44	393 307,86	416 735,83
3 févr.		310 678,46	393 307,91	416 735,87
		8,47	7,94	5,86
	Moy.	310 678,46	393 307,93	416 735,86

Les résultats sont ici :

(*b*)	310 678,42	393 307,85	416 735,78

Ainsi, en résumé, si l'on accepte comme résultat de la Série I les moyennes des valeurs (*a*) et (*b*), les nombres de demi-longueurs d'ondes qui représentaient la longueur de l'étalon IX, à 15° et sous la pression de 760^{mm}, pendant la période correspondante, étaient respectivement pour les trois couleurs :

Rouge.	Vert.	Bleu.
310 678,48	393 307,92	416 735,86

VALEURS DE L'ÉTALON IX, RÉDUITES A LA TEMPÉRATURE DE 15°,00 ET A LA PRESSION DE 760mm,00.

SÉRIE II. Observateur : M. Michelson.

Date.	Rouge.	Vert.	Bleu.
1893. 27 févr.	310 678,65	393 308,08	416 736,17
	8,59	8,06	6,06
	8,65	8,10	6,03
	8,63	8,11	6,05
	8,65	8,08	6,04
Moy.	310 678,63	393 308,09	416 736,07
1er mars.	310 678,54	393 307,98	416 735,96
	8,59	8,01	6,02
	8,66	8,11	6,09
	8,78	8,23	6,19
	8,72	8,18	6,14
	8,64	8,11	6,08
Moy.	310 678,65	393 308,10	416 736,08
2 mars.	310 678,77	393 308,21	416 736,27
	8,78	8,24	6,27
	8,75	8,20	6,23
	8,67	8,10	6,11
	8,64	8,14	6,10
	8,63	8,09	6,04
	8,68	8,14	6,08
	8,70	8,14	6,08
	8,64	8,08	6,02
Moy.	310 678,70	393 308,15	416 736,13
3 mars.	310 678,64	393 308,08	416 735,96
	8,62	8,11	6,02
	8,60	8,12	6,03
	8,64	8,15	6,07
	8,64	8,18	6,14
	8,60	8,12	6,06
	8,64	8,16	6,12
	8,59	8,08	6,06
	8,57	7,99	5,97
Moy.	310 678,62	393 308,11	416 736,05
7 mars.	310 678,69	393 308,12	416 736,09
	8,63	8,08	6,07
	8,60	8,02	5,97
Moy.	310 678,64	393 308,07	416 736,04

Les résultats de cette Série II sont donc, pour la période correspondante :

Rouge.	Vert.	Bleu.
310 678,65	**393 308,10**	**416 736,07**

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

19 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 1.** Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.24d,9		X 18t.14d,6 IX 18t.28d,0		X 20t.24d.9 IX 20t.39d,6		X 18t.14d.6	
13°,352	13°,319	COMPENSATEUR		13°,342	13°,394	COMPENSATEUR	
13,376	13,341	Bas.	Haut.	13,356	13,336	Bas.	Haut.
		98	92			128	98
		150	171			47	44
13,342	13,319	127	119	13,347	13,344	70	37
13,356	13,341	102	108	13,351	13,341	95	35
		81	18			58 (—1)	8
		200	200			53	8
		140	260			42	238
		223	181			43	37
13,342	13,324	84	113	13,347	13,344	53	103
13,356	13,336	85	83	13,351	13,347	127 (—1)	99
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.25d,0 IX 20t.39d.4		X 18t.14d.6		X 20t.24d.8		X 18t.14d.7 IX 18t.27d.8	

X = 10 IX + 27μ,09 (13°,343).

20 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 2.**

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.23d,2		X 18t.14d.3 IX 18t.31d,3		X 20t.23d.7 IX 20t.34d,5		X 18t 14d.9	
13°,745	13°,784	COMPENSATEUR		13°,735	13°,758	COMPENSATEUR	
13,730	13,755	Bas.	Haut.	13,730	13,740	Bas.	Haut.
		139	260			149	149
		298	287			97	145
13,760	13,804	220 (—1)	167	13,740	13,773	80 (—1)	40
13,745	13,760	112	150	13,730	13,745	80 (—1)	148
		20	48			237	215
		116	153			206	183
		43	93			120	183
		94	84 (—2)			198	250
13,770	13,824	77	127	13,745	13,784	174	169
13,750	13,775	69	54 (—1)	13,730	13,755	141	238
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.23d,4 IX 20t.33d,1		X 18t.14d,2		X 20t.23d,2		X 18t.14d.8 IX 18t.31d.7	

X = 10 IX + 26μ,77 (13°,757)

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

21 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 3.** Observateur : M. Michelson.

Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.22d,0		X 18t.12d,8 IX 18t.27d,0		X 20t.22d,0 IX 20t.34d,5		X 18t.13d,0	
		Compensateur				Compensateur	
		Bas.	Haut.			Bas.	Haut.
14°,121	14°,157		124	14°,126	14°,167	208	80
14,115	14,129	149	163	14,096	14,134	38	43
		138	144			176	160
14,126	14,172	186	222	14,116	14,157	125	152
14,125	14,139	163	187	14,110	14,129	143	105
		181	215			80	0
		58	64			17	82
		27	98			152	147
		101	86			111	98
14,141	14,198	40	0	14,121	14,157	60	115
14,130	14,154	53		14,115	14,129		
Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.21d,7 IX 20t.34d,9		X 18t.12d,8		X 20t.22d,0		X 18t.13d,0 IX 18t.27d,2	

$X = 10IX - 26^{\mu},73$ ($14^{\mu},136$).

21 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 4.**

Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.21d,8		X 18t.12d,8 IX 18t.25d,3		X 20t.21d,7 IX 20t.36d,7		X 18t.12d,8	
		Compensateur				Compensateur	
		Bas.	Haut.			Bas.	Haut.
14°,157	14°,218		0	14°,182	14°,243	164	80
14,135	14,159	130	66	14,165	14,199	70	63
		23	64			112	112
14,172	14,233	142	122	14,192	14,263	63	63
14,155	14,184	88	127	14,175	14,219	268	189
		106	145			237	171
		141	237			213	262
		167	200 (+1)			226	196
		190	195			216 (+1)	89
14,182	14,243	173	122	14,197	14,263	27	180
14,165	14,199	154		14,180	14,224		
Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.21d,7 IX 20t.36d,7		X 18t.12d,8		X 20t.21d,9		X 18t.12d,5 IX 18t.24d,0	

$X = 10IX + 26^{\mu},90$ ($14^{\mu},195$).

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

23 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 5.** Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.
X 20t. 19d,7		X 18t. 11d,2 IX 18t. 24d,2		X 20t. 19d,8 IX 20t. 33d,8		X 18t. 11d,1
14°,619	14°,688	COMPENSATEUR		14°,628	14°,733	COMPENSATEUR
14,614	14,635	Bas.	Haut.	14,614	14,655	Bas. Haut.
		122	94			217 176
		176	216			116 163
14,624	14,713	210	167	14,643	14,748	249 237
14,614	14,635	215	224	14,624	14,660	266 152
		247	228			153 117
		109	133			93 21
		121	234			11 165
		178	223			185 166
14,628	14,733	155	186	14,653	14,748	190 185
14,614	14,655	190	172	14,629	14,675	191 297
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.
X 20t. 19d,7 IX 20t. 33d,7		X 18t. 11d,1		X 20t. 19d,7		X 18t. 11d,1 IX 18t. 24d,4

$X = 10IX + 26^{\mu},69 \quad (14^{\mu},657).$

21 Février 1893. ($\tau = 122$). **SÉRIE II** *a*. 1.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.
X 17t. 6d,1		X 16t. 28d,2 IX 16t. 39d,6		X 17t. 6d,3 IX 17t. 23d,2		X 16t. 28d,0
15°,306	15°,307	COMPENSATEUR		15°,291	15°,312	COMPENSATEUR
15,327	15,318	Bas.	Haut.	15,312	15,294	Bas. Haut.
		162	170			127 116
		139	190			116 183
15,286	15,292	195	193	15,296	15,337	233 212
15,317	15,299	291	221	15,317	15,313	138 138
		194	253			55 70
		95	219 (—1)			54 21
		159	130			118 134
		115	60			165 113
15,291	15,312	165	149	15,311	15,347	135 193
15,312	15,294	7	13	15,327	15,328	53 214
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.
X 17t. 6d,3 IX 17t. 23d,5		X 16t. 28d,0		X 17t. 6d,2		X 16t. 27d,3 IX 16t. 37d,8

$X = 10IX + 27^{\mu},62 \quad (15^{\mu},310).$

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

22 Février 1893. ($\tau = 122$). **SÉRIE II** $a.2$. Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.	MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.
X $17^t.\ 8^d,2$	X $16^t.29^d,9$ IX $16^t.38^d,7$	X $17^t.\ 8^d,4$ IX $17^t.28^d,2$	X $16^t.30^d,2$

		COMPENSATEUR Bas.	COMPENSATEUR Haut.			COMPENSATEUR Bas.	COMPENSATEUR Haut.
14°,753	14°,738			14°,748	14°,738		
14,754	14,750			14,749	14,745		
		205	243			163	153
		226	246			130	212
			226			141	141
14,753	14,743	252	170	14,753	14,763	114	139
14,749	14,745	166	183	14,754	14,750	13	123
		173	212			230	91
		201	213			50 (—1)	83
		161	104			175	173
		104	144			153	177
14,748	14,738	108	60	14,763	14,783	246	153
14,749	14,745	91		14,764	14,760		

MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.	MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.
X $17^t.\ 8^d,2$ IX $17^t.28^d,0$	X $16^t.30^d,2$	X $17^t.\ 8^d,4$	X $16^t.29^d,5$ IX $16^t.37^d,8$

$$X = 10\,IX + 28^\mu,01 \quad (14^\mu,751).$$

23 Février 1893. ($\tau = 122$). **SÉRIE II** $a.3$.

MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.	MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.
X $17^t.\ 7^d,3$	X $16^t.28^d,9$ IX $16^t.44^d,9$	X $17^t.\ 7^d,0$ IX $17^t.18^d,3$	X $16^t.28^d,6$

		COMPENSATEUR Bas.	COMPENSATEUR Haut.			COMPENSATEUR Bas.	COMPENSATEUR Haut.
14°,904	14°,904			14°,945	14°,949		
14,922	14,915			14,942	14,945		
		75	70			243	123
		35	58			94	94
		56	9			94 (—1)	140
14,929	14,934	133	89	14,955	14,979	55	41
14,927	14,935	110	122	14,962	14,960	163	28
		222	159			96	33
		201	252			70	87
		197	189			95	33
14,945	14,949	156	177	14,975	15,005	52	37
14,942	14,945	194	148	14,977	14,975	115	213

MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.	MICROMÈTRE GAUCHE.	MICROMÈTRE DROIT.
X $17^t.\ 7^d,0$ IX $17^t.18^d,3$	X $16^t.28^d,6$	X $17^t.\ 6^d,9$	X $16^t.28^d,6$ IX $16^t.44^d,0$

$$X = 10\,IX + 27^\mu,52 \quad (14^\mu,946).$$

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

24 Février 1893. ($\tau = 122$). **SÉRIE II** $a.4$. Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 5d,7		X 16t.28d,0 IX 16t.41d,1		X 17t. 5d,9 IX 17t.19d,9		X 16t.28d,0	
15°,176	15°,186	COMPENSATEUR		15°,171	15°,166	COMPENSATEUR	
15,203	15,184	Bas.	Haut.	15,163	15,164	Bas.	Haut.
		155	145 245			213	177
		200	103 (−1)			190	122
15,196	15,222	130	144	15,176	15,171	81	81
15,213	15,204	127	144	15,193	15,164	75	113
		128	116			125	152
		48	143			150	111
		94	127			145	298 (−1)
		117	167			178	90 (−2)
15,206	15,247	107	95	15,176	15,186	70	128
15,223	15,224	230		15,203	15,184	188	130
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 5d,8 IX 17t.20d,3		X 16t.28d,7		X 17t. 5d,9		X 16t.28d,0 IX 16t.41d,1	

X = 10IX + 27u,66 (15°,191).

25 Février 1893. ($\tau = 122$). **SÉRIE II** $a.5$.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 5d,9		X 16t.28d,0 IX 16t.41d,1		X 17t. 5d,9 IX 17t.20d,5		X 16t.28d,0	
15°,251	15°,249	COMPENSATEUR		15°,246	15°,237	COMPENSATEUR	
15,263	15,249	Bas.	Haut.	15,248	15,244	Bas.	Haut.
		156	148 167			173	200
		170	182			275	300
15,261	15,267	190	210	15,246	15,237	230	215
15,273	15,259	231	245	15,253	15,249	194	290
		278	165			241	157
		181	187			125	65
		116	93			79	87
		101	97			87	135
15,276	15,307	45	67	15,251	15,242	57	59
15,278	15,274	120		15,263	15,249	50	121
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 5d,8 IX 17t.20d,5		X 16t.28d,0		X 17t. 5d,9		X 16t.28d,0 IX 16t.41d,1	

X = 10IX + 27u,75 (15°,257).

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

13 Mars 1893. ($\tau = 120$). **SÉRIE II** *b*.1. Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 3d,3		X 16t.22d,2 IX 16t.47d,3		X 17t. 3d,6 IX 17t. 7d,0		X 16t.21d,8	
16°,279	16°,262	COMPENSATEUR		16°,289	16°,313	COMPENSATEUR	
16,298	16,275	Bas.	Haut.	16,308	16,315	Bas.	Haut.
		153	153			263	142
		73	146			127	169
16,279	16,277	106	90	16,299	16,338	163	157
16,298	16,280	208	143	16,318	16,320	139	131
		153	147			39	70
		190	205			148	112
		200	225			110	116
		240	240			156	184
16,284	16,303	217	250	16,319	16,343	175	180
16,298	16,300	240	231	16,323	16,335	113	138
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 3d,8 IX 17t. 7d,2		X 16t.22d,0		X 17t. 3d,3		X 16t.21d,8 IX 16t.46d,3	

$X = 10IX + 28^{\mu},58$ (16°,302).

14 Mars 1893. ($\tau = 120$). **SÉRIE II** *b*.2.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 5d,6		X 16t.23d,2 IX 16t.34d,2		X 17t. 5d,5 IX 17t.23d,5		X 16t.23d,1	
15°,947	15°,942	COMPENSATEUR		15°,947	15°,942	COMPENSATEUR	
15,954	15,946	Bas.	Haut.	15,959	15,951	Bas.	Haut.
		50	66			283	160
		80	141			128	123
15,947	15,942	89	82	15,947	15,962	155	164
15,954	15,951	37	68	15,954	15,951	160	190
		110	89			100	110
		44	49			120	82
		77	77			107	150
		115	94			182	167
15,947	15,942	118	120	15,952	15,972	50	121
15,959	15,951	200	152	15,959	15,956	106	44
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 17t. 5d,6 IX 17t.23d,4		X 16t.23d,6		X 17t. 5d,7		X 16t.23d,3 IX 16t.33d,8	

$X = 10IX + 28^{\mu},51$ (15°,951).

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

15 Mars 1893. ($\tau = 120$). **SÉRIE II** *b*.3. Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X $17^t.\ 8^d,7$		X $16^t.23^d,0$		X $17^t.\ 8^d,8$		X $16^t.23^d.0$	
		IX $16^t.33^d,5$		IX $17^t.26^d,4$			
15°,591	15°,579	COMPENSATEUR		15°,586	15°,584	COMPENSATEUR	
15,601	15,592	Bas.	Haut.	15,601	15,592	Bas.	Haut.
			83			128	
		81					133
			41			150	
		77					165
			103			165	
15,586	15,579	137		15,586	15,589		165
15,601	15,592		175	15,601	15,587	128	
		158					167
			157			186	
		143					169
			164			169	
		164					146
			179			122	
		153					150
			111			196	
		113					191
			122			115	
15,586	15,584	90		15,586	15,600		129
15,601	15,592		74	15,601	15,592	117	
		110					168
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X $17^t.\ 8^d,9$		X $16^t.23^d,0$		X $17^t.\ 9^d.0$		X $16^t.23^d,1$	
IX $17^t.26^d.4$						IX $16^t.33^d.4$	

$X = 10IX + 27^{\mu},76$ (15°,591).

16 Mars 1893. ($\tau = 120$). **SÉRIE II** *b*.4.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMETRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X $17^t.13^d,2$		X $16^t.29^d,0$		X $17^t.13^d,2$		X $16^t.28^d,9$	
		IX $16^t.34^d.5$		IX $17^t.36^d,2$			
14°,262	14°,233	COMPENSATEUR		14°,232	14°,223	COMPENSATEUR	
14,255	14,254	Bas.	Haut.	14,235	14,229	Bas.	Haut.
			192			151	
		227					172
			198			178	
		159					271
			145			78	
14,242	14,228	183		14,222	14,223		81
14,245	14,244		169	14,235	14,229	144	
		253					73
			284			103	
		94					98
			115			23	
		145					21
			151			125	
		118					144
			131			151	
		127					108
			147			100	
14,232	14,223	147		14,227	14,228		122
14,235	14,229		12	14,235	14,229	96	
		94					20
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X $17^t.13^d,4$		X $16^t.28^d,9$		X $17^t.13^d,3$		X $16^t.28^d.7$	
IX $17^t.36^d,2$						IX $16^t.33^d,5$	

$X = 10IX + 27^{\mu},96$ (14°,234).

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

18 Mars 1893. ($\tau = 120$). **SÉRIE II** *b*. 5. Observateur : M. Michelson.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X $17^t.16^d,$		X $16^t.34^d,7$ IX $16^t.40^d,5$		X $17^t.16^d,4$ IX $17^t.38^d,7$		X $16^t.34^d,8$	
		COMPENSATEUR				COMPENSATEUR	
		Bas.	Haut.			Bas.	Haut.
12°,779	12°,776		46	12°,769	12°,766	123	102
12,786	12,771	36	42	12,776	12,766	127	153
		33	75			148	175
12,769	12,766	102	74	12,769	12,786	114	187
12,776	12,766	94	121	12,776	12,766	116	133
		163	163			151	105
		103	173			38	37
		118	132			36	5
		187	117			55	78
12,769	12,766	132	117	12,774	12,791	78	50
12,776	12,766	88		12,781	12,771		
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X $17^t.16^d.2$ IX $17^t.38^d,8$		X $16^t.34^d,8$		X $17^t.16^d,2$		X $16^t.34^d,7$ IX $16^t.40^d,0$	

$$X = 10\,IX + 27^{\mu},82 \quad (12^{\circ},773).$$

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I. Observateur : M. Benoît.

22 Octobre 1892. $\tau = 134$				26 Octobre 1892. $\tau = 135$				26 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon I		Étalon II		Étalon I		Étalon II		Étalon I		Étalon II	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
212	165	241		251	244	215		326	302	206	
178	169		369	287	253		281	311	193		177
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
262	252		252	179	31		292	345	172		124
357	258	192		8	191	95		197	362	258	
— 1,31				— 0,99				— 1,07			

26 Octobre 1892. $\tau = 135$				26 Octobre 1892. $\tau = 135$				26 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon I		Étalon II		Étalon I		Étalon II		Étalon II		Étalon III	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
351	271	240		346	367	238		136	179	163	
290	206		175	389	177		127	254	333		272
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
345	172		348	318	437		162	292	335		273
207	362	220		611	318	165		292	341	247	
+ 0,91				+ 0,93				— 0,29			

27 Octobre 1892. $\tau = 135$				28 Octobre 1892. $\tau = 135$				28 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon II		Étalon III		Étalon II		Étalon III		Étalon II		Étalon III	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
306	307	215		260	281	339		197	182	197	
261	323		228	226	88		173	179	180		164
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
386	364		220	235	213		162	284	173		162
325	446	167		178	235	157		167	249	249	
— 0,35				— 0,29				— 0,28			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Benoît.

28 Octobre 1892. $\tau = 135$				29 Octobre 1892. $\tau = 135$				30 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon II		Étalon III		Étalon III		Étalon IV		Étalon III		Étalon IV	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
131	163	63		333	+348	355		198	+178	54	
168	360		259	369	— 62		502	175	— 78		354
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
235	376		265	359	243		233	98	66		65
342	271	229		467	367	—186		466	101	—158	
— 0,23				+ 4,43				+ 4,41			

31 Octobre 1892. $\tau = 135$				31 Octobre 1892. $\tau = 135$				31 Octobre 1892. $\tau = 135$			
Étalon III		Étalon IV		Étalon III		Étalon IV		Étalon III		Étalon IV	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
106	—115	131		273	140	225		177	—147	143	
107	—127		505	165	9		529	146	—125		439
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
179	126		140	114	75		117	156	140		159
605	213	— 36		534	148	—106		443	188	—226	
+ 4,52				+ 4,59				+ 4,64			

31 Octobre 1892. $\tau = 140$				3 Novembre 1892. $\tau = 118$				3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon IV		Étalon V		Étalon IV		Étalon V		Étalon IV		Étalon V	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
229	235	206		46	133	38		213	243	152	
167	16		208	140	43		172	146	9		187
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
86	50		83	200	58		174	271	144		197
145	89	35		159	203	150		49	284	— [illegible]	
+ 1,02				+ 1,12				+ 0,98			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Benoit.

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
148	182	64	
198	124		154
Rapprochant.			
124	96		156
173	129	116	
+ 1,02			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon IV		**Étalon V**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
198	212	120	
216	110		166
Rapprochant.			
90	45		167
146	119	129	
+ 1,05			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
64	— 60	100	
68	—131		187
Rapprochant.			
208	239		232
275	178	29	
+ 2,40			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
59	+ 18	65	
69	— 69		202
Rapprochant.			
128	279		237
357	135	7	
+ 2,61			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
255	194	257	
234	74		338
Rapprochant.			
131	114		119
357	120	64	
+ 2,59			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
52	+105	113	
146	—112		207
Rapprochant.			
246	215		202
75	107	— 87	
+ 2,48			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon V		**Étalon VI**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
143	—176	54	
210	—108		84
Rapprochant.			
262	138		99
259	257	— 52	
+ 2,51			

3 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
159	176	171	
169	58		1327
Rapprochant.			
169	137		147
1383	203	176	
+10,31			

6 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon VI		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.			
125	191	120	
193	164		1369
Rapprochant.			
210	162		208
1263	255	87	
+10,12			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Benoît.

6 Novembre 1892. $\tau = 118$				6 Novembre 1892. $\tau = 118$				6 Novembre 1892. $\tau = 118$			
Étalon VI		**Étalon VII**		**Étalon VI**		**Étalon VII**		**Étalon VI**		**Étalon VII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
203	194	156		211	39	142		169	153	175	
191	140		1277	65	62		1135	97	106		1356
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
90	213		138	123	104		128	155	74		178
1476	150	148		1461	209	220		1315	185	183	
+ 10,06				+ 9,94				+ 10,14			

10 Novembre 1892. $\tau = 122$				10 Novembre 1892. $\tau = 122$				10 Novembre 1892. $\tau = 122$			
Étalon VII		**Étalon VIII**		**Étalon VII**		**Étalon VIII**		**Étalon VII**		**Étalon VIII**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
280	56	34		167	238	152		241	205	146	
94	186		55	215	63		230	200	48		128
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
165	115		50	33	14		224	208	108		126
366	167	144		190	148	127		229	223	73	
+ 1,26				+ 1,30				+ 1,34			

10 Novembre 1892. $\tau = 122$				10 Novembre 1892. $\tau = 122$				9 Décembre 1892. $\tau = 121$			
Étalon VII		**Étalon VIII**		**Étalon VII**		**Étalon VIII**		**Étalon VIII**		**Étalon IX**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*				*Écartant.*			
198	107	23		266	52	40		102	178	78	
122	101		74	59	165		90	210	135		427
Rapprochant.				*Rapprochant.*				*Rapprochant.*			
82	77		72	159	88		90	240	178		215
223	115	44		257	164	88		361	261	35	
+ 1,25				+ 1,33				+ 2,85			

COMPARAISONS DES ÉTALONS INTERMÉDIAIRES ENTRE EUX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Benoît.

9 Décembre 1892. $\tau = 121$				10 Décembre 1892. $\tau = 121$			
Étalon VIII		**Étalon IX**		**Étalon VIII**		**Étalon IX**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*			
267	152	57		116	119	54	
184	191		305	145	219		507
Rapprochant.				*Rapprochant.*			
94	204		74	213	171		161
614	122	125		405	209	65	
— 2,84				+ 2,93			

10 Décembre 1892. $\tau = 121$				10 Décembre 1892. $\tau = 121$			
Étalon VIII		**Étalon IX**		**Étalon VIII**		**Étalon IX**	
Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.	Bas.	Haut.
Écartant.				*Écartant.*			
76	118	68		88	155	83	
143	127		418	171	196		511
Rapprochant.				*Rapprochant.*			
152	201		200	158	212		208
476	196	79		516	163	166	
— 2,79				— 2,80			

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES.

RELEVÉ GÉNÉRAL DE TOUTES LES OBSERVATIONS.

Observateur : M. Benoît.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon I.					Étalon II.				
	°	mm				°	mm			
22 Octobre...	17,40	747	28	70	06	17,40	747	97	17	05
22 » ...	17,40	748	45	91	30	17,40	748	91	33	19
24 » ...	15,67	752	28	78	11	15,60	752	73	88	75
24 » ...	16,85	753	21	63	99	16,75	753	86	05	96
25 » ...	17,15	745	41	80	21	17,80	745	89	11	05
25 » ...	17,35	745	42	90	28	18,00	745	90	14	06
	Étalon II.					Étalon III.				
27 » ...	16,70	748	79	97	89	16,75	748	48	79	62
27 » ...	17,25	747	91	05	00	17,35	747	55	86	64
28 » ...	15,35	743	86	08	95	15,65	743	55	88	70
	Étalon III.					Étalon IV.				
29 » ...	17,00	746	55	94	77	17,00	746	99	77	78
31 » ...	16,15	746	53	90	74	16,20	746	97	70	62
	Étalon IV.					Étalon V.				
2 Novembre.	16,35	752	83	54	53	16,45	752	56	18	17
4 »	17,00	757	99	70	73	17,20	757	82	45	47
	Étalon V.					Étalon VI.				
4 »	17,80	756	52	14	16	17,65	756	30	13	32
	Étalon VI.					Étalon VII.				
5 »	17,15	754	87	63	72	17,25	754	27	19	09
5 »						17,40	754	43	38	39
7 »	14,95	759	55	88	89					
8 »	14,17	762	22	49	52	14,12	762	68	63	37
8 »	14,57	762	41	72	74	14,45	762	89	88	54
	Étalon VII.					Étalon VIII.				
9 »	16,00	758	13	74	59	16,05	758	68	08	99*
11 »	14,95	757	50	63	37	15,05	757	38	93	49*

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES (suite).

Observateur : M. Benoît.

Date.		Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
		Étalon VIII.					Étalon IX.				
		°	mm				°	mm			
12	Novembre	15,40	754	28	04	72*	15,45	754	63	51	77
12	»	15,65	754	91	87	53*	15,55	754	98	93	20
14	»	14,234	754	17	09	45*	14,264	754	23	37	23
14	»	14,541	754	98	14	68*	14,543	754	74	31	18
15	»	15,887	754	47	50	31*	15,870	754	50	78	20
15	»	15,939	754	59	64	53*	15,946	754	83	26	62
15	»						15,964	754	92	36	78
15	»						15,964	754	94	34	80
15	»						15,970	754	88	26	67
15	»						15,970	754	85	29	72
15	»						15,972	754	82	19	61
15	»						15,972	754	85	21	56
19	»	17,172	748	21 / 26	95 / 08	89* / 22	17,172	748	81	51	39
29	»	14,940	763,68	37	92	84	14,939	763,68	13	93	40
29	»						14,951	763,43	00	18	40
30	»						15,911	761,88	58	89	45
30	»	15,907	762,18	69	77	01	15,908	762,18	79	13	78
30	»						15,916	763,22	86	22	74
30	»						15,916	764,02	97	37	86
1	Décembre.						16,297	758,85	98	68	34
1	»						16,310	758,70	08	76	43
1	»						16,365	758,49	70	58	18
1	»						16,374	758,35	73	60	21
1	»						16,378	758,21	82	73	26
2	»						17,518	760,04	78	20	20
2	»						17,518	759,94	67	18	10
2	»						17,517	759,92	69	13	15
2	»						17,513	759,86	61	05	07
2	»						17,513	759,84	60	06	97
2	»						17,497	760,18	58	01	97
2	»						17,494	760,28	64	07	06
3	»						18,084	752,09	52	45	58
3	»						18,090	751,68	59	54	67
3	»						18,094	751,46	61	57	69
3	»						18,106	751,30	66	69	81
3	»						18,087	750,18	48	36	56
3	»						18,080	750,06	42	27	44
3	»						18,079	749,85	42	21	33
3	»						18,079	749,64	40	27	42
3	»	18,088	749,42	62	97	59	18,091	749,42	49	36	54
4	»						12,910	750,56	24	90	00
4	»						12,889	750,77	23	87	93
4	»						12,890	750,83	31	03	16

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES (suite).

Observateur : M. Benoît.

Date.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Tempér.	Pression.	Rouge.	Vert.	Bleu.
	Étalon VIII.					Étalon IX.				
	°	mm				°	mm			
4 Décembre.						12,900	750,97	54	35	46
4 »						12,916	751,17	83	70	85
5 »						10,870	750,27	34	38	73
5 »						10,867	750,18	26	36	75
5 »						10,868	750,16	39	43	87
5 »						10,879	750,19	39	46	87
5 »						10,517	750,24	28	77	01
5 »						10,490	750,30	18	66	84
5 »						10,484	750,24	19	70	91
5 »						10,486	750,19	18	69	87
7 »						15,259	755,40	58	05	32
8 »	15,706	761,82	97	91	96	15,709	761,82	53	77	29
7 Janvier....						14,226	750,67	31	38	96
7 »						14,226	750,58	33	39	95
10 »						15,400	753,46	86	74	66
10 »	15,531	754,13	07	75	77	15,458	753,78	16	99	03
11 »						15,299	760,06	24	10	13
11 »						15,322	759,92	31	14	24
11 »						15,339	759,98	40	32	33
11 »	15,357	759,91	10	76	76	15,359	759,89	46	39	56
11 »						15,359	759,82	53	37	56
11 »						15,352	759,77	54	38	58
11 »	15,362	760,02	13	77	71	15,364	760,04	55	43	56
13 »						14,773	757,38	21	19	02
13 »						14,770	757,26	16	15	96
13 »						14,768	757,04	18	16	02
13 »						14,770	756,92	29	24	14
14 »						14,363	747,30	97	06	68
14 »						14,370	747,07	98	13	77
14 »						14,394	746,47	12	30	89
14 »						14,396	746,22	11	28	83
16 »						13,622	758,04	55	06	45
16 »						13,637	757,60	47	97	39
16 »						13,632	756,97	46	93	27
16 »						13,634	755,95	29	78	08
16 »						13,639	755,59	28	72	11
16 »						13,642	755,44	25	71	06
16 »						13,642	752,62	86	20	56
17 »	13,518	755,72	06	47	91	13,513	755,75	55	91	17

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE I. Observateur : M. Benoît.

10 Janvier 1893.		$\tau = 134$	10 Janvier 1893.		$\tau = 134$	11 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,362	755mm,30(17°,0)		15°,420	755mm,65(17°,2)		15°,262	761mm,82(16°,2)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
86	59	35	8	105	— 5	24	16	17
128	91	73	4	90	—18	38	8	19
96	54	40	43	112	+18	39	3	1
134	79	80	30	110	+ 8	34	19	16
130	112	103	27	108	+14	25	8	14
—	—	—	—	—	—	—	—	—
115	79	66	22	105	+ 3	32	11	13
0,86	0,74	0,66	0,16	0,99	0,03	0,24	0,10	0,13

11 Janvier 1893.		$\tau = 134$	11 Janvier 1893.		$\tau = 134$	11 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,285	761mm,72(16°,5)		15°,302	761mm,75(16°,3)		15°,322	761mm,55(15°,4)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
39	19	4	53	34	45	54	45	54
30	13	11	54	39	34	73	44	73
52	18	23	52	44	28	56	37	60
50	17	36	48	25	26	50	33	45
33	10	45	60	29	32	76	46	47
—	—	—	—	—	—	—	—	—
41	15	24	53	34	33	62	41	56
0,31	0,14	0,24	0,40	0,32	0,33	0,46	0,39	0,56

11 Janvier 1893.		$\tau = 134$	11 Janvier 1893.		$\tau = 134$	11 Janvier 1893.		$\tau = 134$
15°,322	761mm,52(15°,7)		15°,315	761mm,52(16°,1)		15°,327	761mm,70(15°,4)	
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
72	45	48	69	44	55	66	42	59
73	34	71	72	40	64	81	48	49
71	41	51	68	38	64	78	50	56
61	39	52	76	33	62	74	51	57
79	38	58	80	47	44	72	39	57
—	—	—	—	—	—	—	—	—
71	39	56	73	40	58	74	46	56
0,53	0,37	0,56	0,54	0,38	0,58	0,55	0,43	0,56

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Benoît.

13 Janvier 1893.		$\tau = 134$	13 Janvier 1893.		$\tau = 134$	13 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,740		759mm,10(15°,9)	14°,737		758mm,97(15°,9)	14°,735		758mm,77(16°,1)
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
38	20	— 4	21	21	98	35	+28	+ 4
30	26	+ 7	28	18	101	22	+18	+ 4
39	18	+ 8	18	17	97	18	+18	— 3
13	18	— 7	23	19	92	3	— 7	— 9
18	16	+ 6	18	11	94	40	+26	+16
—	—	—	—	—	—	—	—	—
28	20	+ 2	22	16	96	24	+17	+ 2
0,21	0,19	0,02	0,16	0,15	0,96	0,18	0,16	0,02

13 Janvier 1893.		$\tau = 134$	14 Janvier 1893.		$\tau = 134$	14 Janvier 1893.		$\tau = 134$
14°,737		758mm,67(16°,2)	14°,335		748mm,92(15°,3)	14°,342		748mm,67(15°,2)
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
27	24	+17	138	10	70	136	10	66
39	26	+16	120	0	64	124	16	78
56	32	+23	139	9	76	132	6	73
55	26	+18	129	3	63	122	7	70
19	15	— 3	125	8	67	146	29	96
—	—	—	—	—	—	—	—	—
39	25	+14	130	6	68	132	14	77
0,29	0,24	0,14	0,97	0,06	0,68	0,98	0,13	0,77

14 Janvier 1893.		$\tau = 134$	14 Janvier 1893.		$\tau = 134$	16 Janvier 1893.		$\tau = 137$
14°,365		748mm,05(15°,0)	14°,367		747mm,77(14°,8)	13°,600		759mm,55(14°,2)
Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.	Rouge.	Vert.	Bleu.
19	29	87	17	28	84	85	8	58
11	35	96	6	26	65	78	10	56
18	36	84	11	36	90	75	0	48
11	27	98	20	40	91	75	10	36
21	31	80	20	22	83	69	0	34
—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	32	89	15	30	83	76	6	46
0,12	0,30	0,89	0,11	0,28	0,83	0,55	0,06	0,45

MESURE DES EXCÉDENTS FRACTIONNAIRES SUR L'ÉTALON IX.

SÉRIE I (suite). Observateur : M. Benoît.

16 Janvier 1893. $\tau = 137$

13°,615 759mm,15(14°,6)

Rouge.	Vert.	Bleu.
68	106	35
45	97	33
74	110	44
50	87	22
82	124	65
—	—	—
64	105	40
0,47	0,97	0,39

16 Janvier 1893. $\tau = 137$

13°,610 758mm,52(14°,6)

Rouge.	Vert.	Bleu.
71	96	25
55	103	20
62	94	29
61	102	31
68	103	37
—	—	—
63	100	28
0,46	0,93	0,27

16 Janvier 1893. $\tau = 137$

13°,612 757mm,47(14°,6)

Rouge.	Vert.	Bleu.
58	88	11
44	95	14
45	91	14
29	79	6
24	69	6
—	—	—
40	84	8
0,29	0,78	0,08

16 Janvier 1893. $\tau = 137$

13°,617 757mm,12(14°,5)

Rouge.	Vert.	Bleu.
55	93	24
28	67	8
36	76	8
37	79	8
36	76	7
—	—	—
38	78	11
0,28	0,72	0,11

16 Janvier 1893. $\tau = 137$

13°,620 756mm,95(14°,3)

Rouge.	Vert.	Bleu.
44	78	0
51	97	24
20	59	0
26	75	5
28	74	3
—	—	—
34	77	6
0,25	0,71	0,06

16 Janvier 1893. $\tau = 137$

13°,620 754mm,15(14°,5)

Rouge.	Vert.	Bleu.
127	36	68
123	18	52
107	12	50
121	20	49
113	25	65
—	—	—
118	22	57
0,86	0,20	0,56

17 Janvier 1893. $\tau = 138$

13°,492 757mm,30(14°,6)

Rouge.	Vert.	Bleu.
80	98	10
84	101	23
85	106	18
71	103	22
60	88	9
—	—	—
76	99	17
0,55	0,91	0,17

VALEURS DE L'ÉTALON IX, RÉDUITES A LA TEMPÉRATURE DE 15°,00 ET A LA PRESSION DE 760^{mm},00.

SÉRIE I. Observateur : M. Benoît.

Date.	Rouge.	Vert.	Bleu.
1893. 10 janv.	310 678,56	393 308,20	416 735,92
	8,53	7,93	5,84
Moy.	310 678,54	393 308,06	416 735,88
11 janv.	310 678,51	393 308,16	416 736,08
	8,68	8,08	6,05
	8,68	8,13	6,02
	8,65	8,10	6,13
	8,72	8,09	6,14
	8,77	8,14	6,21
	8,69	8,07	6,07
Moy.	310 678,67	393 308,11	416 736,10
13 janv.	310 678,66	393 308,02	416 735,97
	8,64	8,02	5,95
	8,69	8,08	6,05
	8,81	8,16	6,18
Moy.	310 678,70	393 308,07	416 736,04
14 janv.	310 678,66	393 307,99	416 735,97
	8,66	8,06	6,05
	8,75	8,16	6,10
	8,75	8,16	6,06
Moy.	310 678,71	393 308,09	416 736,05
16 janv.	310 678,79	393 308,22	416 736,16
	8,68	8,10	6,06
	8,77	8,19	6,07
	8,70	8,16	6,02
	8,71	8,13	6,07
	8,68	8,12	6,03
	8,61	8,01	5,96
Moy.	310 678,71	393 308,13	416 736,05
17 janv.	310 678,60	393 308,10	416 735,97

Ainsi, d'après cette Série, les nombres de demi-longueurs d'ondes des trois radiations qui représentent, à 15° et sous la pression 760^{mm}, la longueur de l'étalon IX, pendant cette période, sont [1] :

Rouge.	Vert.	Bleu.
310 678,66	**393 308,09**	**416 736,02**

[1] Ces moyennes sont faites en groupant les observations par journées. Si l'on fait les moyennes, en les prenant toutes isolément, on trouve, par rapport aux valeurs ci-dessus, des différences qui sont respectivement 0,02, 0,01, 0,03.

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

20 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 1.** Observateur : M. Benoît.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.23d,1		X 18t.14d,9 IX 18t.28d,6		X 20t.23d,0 IX 20t.37d,5		X 18t.14d.8	
13°,750	13°,718	COMPENSATEUR.		13°,770	13°,784	COMPENSATEUR.	
13,760	13,750	Bas.	Haut.	13,785	13,770	Bas.	Haut.
		107	45			202	136
		149	160			153	139
13,760	13,743	269	257	13,770	13,784	132	92
13,775	13,750	128	156	13,775	13,770	143	140
		130	62			131	92
		145	148			224	225
		115	271			166	222
		150	155			81	65
13,770	13,784	153	190	13,755	13,763	61	197
13,785	13,770	182	187	13,745	13,760	177	255
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.23d,0 IX 20t.37d,6		X 18t.14d,8		X 20t.23d,3		X 18t.15d.0 IX 18t.27d.4	

$X = 10\,IX + 27^{\mu},10$ (13°,764).

21 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 2.**

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.21d,6		X 18t.13d,1 IX 18t.28d.2		X 20t.21d,6 IX 20t.32d,4		X 18t.13d,4	
14°,116	14°,122	COMPENSATEUR.		14°,096	14°,072	COMPENSATEUR.	
14,115	14,114	Bas.	Haut	14,115	14,099	Bas.	Haut.
		127	124			101	49
		127	94			167	64
14,132	14,157	140	119	14,106	14,097	253	196
14,135	14,129	118	126	14,120	14,104	191	182
		205	187			234	193
		202	214			209	203
		145	156			188	198
		125	92			184	125
14,152	14,188	62	127	14,116	14,122	183	173
14,140	14,159	150	254	14,135	14,114	177	132
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t.21d,4 IX 20t.34d,0		X 18t.13d,2		X 20t.21d,6		X 18t.13d.3 IX 18t.28d.3	

$X = 10\,IX + 26^{\mu},79$ (14°,123).

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

21 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 3.** Observateur : M. Benoît.

Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.21d,4		X 18t.13d,1 IX 18t.25d,0		X 20t.21d,6 IX 20t.37d,2		X 18t.13d,5	
14°,197	14°,258	Compensateur.		14°,197	14°,263	Compensateur.	
14,185	14,219	Bas.	Haut.	14,180	14,219	Bas.	Haut.
		179	223			158	123
		167	143			153	139
14,202	14,268	153	205	14,182	14,238	150	135
14,185	14,224	58	72	14,155	14,199	80	189
		195	137			208	198
		111	110			205	167
		111	109			169	180
		137	55			165	202
14,197	14,263	96	174	14,167	14,233	172	197
14,180	14,219	127	180	14,155	14,179	153	134
Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.21d,5 IX 20t.37d,2		X 18t.13d,5		X 20t.21d,6		X 18t.13d,6 IX 18t.25d,2	

$X = 10IX + 26^{\mu},91$ ($14^{\circ},206$).

23 Janvier 1893. ($\tau = 126$). **SÉRIE I. 4.**

Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.19d,4		X 18t.11d,8 IX 18t.24d,9		X 20t.19d,3 IX 20t.33d,8		X 18t.11d,9	
14°,663	14°,748	Compensateur.		14°,673	14°,773	Compensateur.	
14,634	14,675	Bas.	Haut.	14,634	14,695	Bas.	Haut.
		221	262			174	117
		121	243			116	150
14,668	14,758	126	138	14,668	14,758	147	105
14,634	14,695	121	129	14,629	14,685	206	166
		166	167			153	67
		117	212			294	277
		175	186			123	122
		173	157			128	75
14,673	14,773	149	230	14,663	14,748	229	173
14,634	14,695	156	148	14,629	14,675	200	168
Micromètre gauche.		Micromètre droit.		Micromètre gauche.		Micromètre droit.	
X 20t.19d,3 IX 20t.33d,7		X 18t.11d,9		X 20t.19d,3		X 18t.12d,0 IX 18t.23d,3	

$X = 10IX + 26^{\mu},31$ ($14^{\circ},687$).

COMPARAISONS ENTRE IX ET X.

24 Janvier 1893. (τ = 126). **SÉRIE I.** 5. Observateur : M. Benoit.

MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t. 18d,9		X 18t. 13d,0 IX 18t. 28d,1		X 20t. 19d,2 IX 20t. 31d,4		X 18t. 13d,0	
14°,678	14°,672	COMPENSATEUR		14°,633	14°,632	COMPENSATEUR	
14,694	14,670	Bas.	Haut.	14,644	14,640	Bas.	Haut
		149	162			68	147
		243	165			167	181
14,693	14,713	203	190	14,648	14,647	232	151
14,709	14,690	124	23	14,659	14,650	11	164
		153	137			206	122
		249	233			101	158
		215	184			170	206
		96	106			204	109
14,698	14,753	123	176	14,678	14,672	102	86
14,714	14,710	167	131	14,694	14,670	137	146
MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.		MICROMÈTRE GAUCHE.		MICROMÈTRE DROIT.	
X 20t. 19d,0 IX 20t. 31d,0		X 18t. 13d,2		X 20t. 18d,9		X 18t. 13d,0 IX 18t. 28d,0	

X = 10 IX + 27μ,04 (14°,677).

TABLE DES MATIÈRES.

Pages

I. Introduction 3

II. Théorie 7

Aperçu des opérations 7
Réfractomètre 10
Source 13

III. Description de l'appareil 16

Étalons intermédiaires 16
Comparateur 20
Dispositif optique 31
Source 34
Réglages 37

IV. Méthodes d'observation 46

V. Résultats 71

Annexe I. — *Déterminations métrologiques, par MM. Benoît et Guillaume* 87

Détermination du mètre auxiliaire X 89
Étude des micromètres du comparateur interférentiel 106

Annexe II. — *Théorie de l'appareil d'interférence* 113

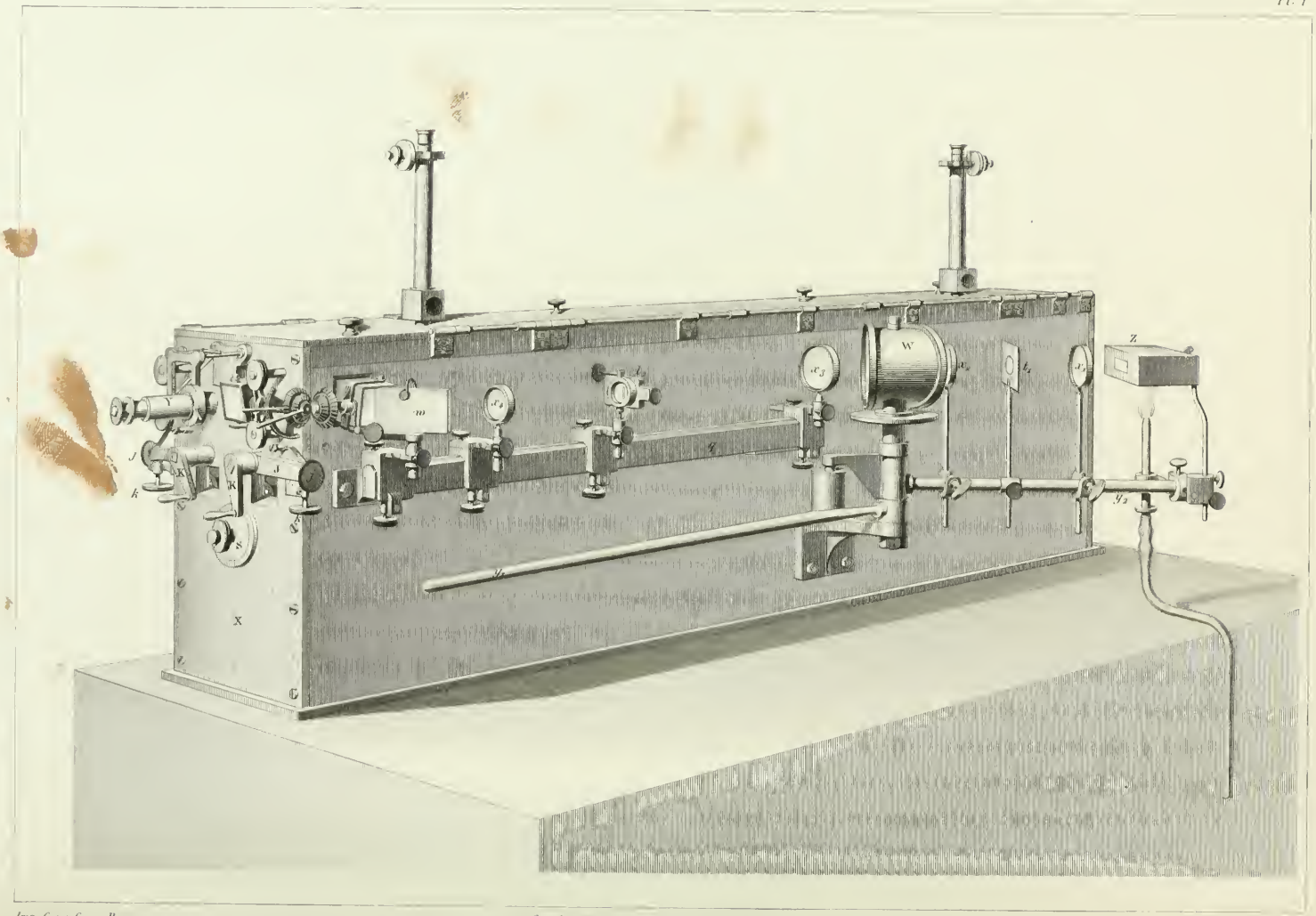
Annexe III. — *Théorie de la visibilité des franges d'interférence et étude de diverses sources lumineuses* 127

Annexe IV. — *Étude de la radiation bleue. — Causes diverses de variations* 157

Annexe V. — *Indications pour une détermination ultérieure* 167

Annexe VI. — *Observations* 177

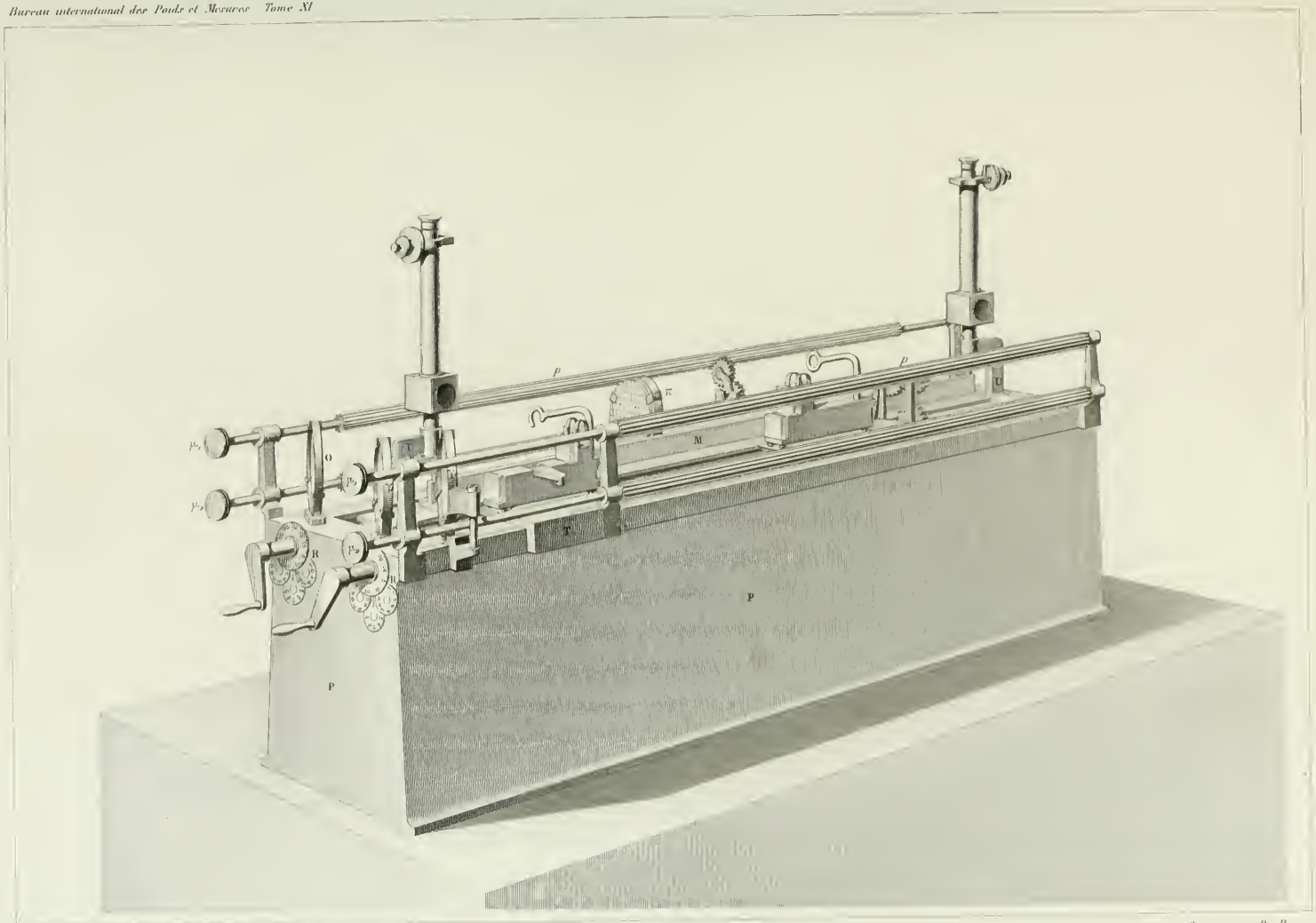
20314 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.



Imp. Geny-Gros, Paris

Gauthier-Villars et Fils, Éditeurs, à Paris

Gravé par De Ruaz



Imp. Geny-Gros Paris

Gauthier-Villars et Fils Editeurs à Paris

Grave par De Raux